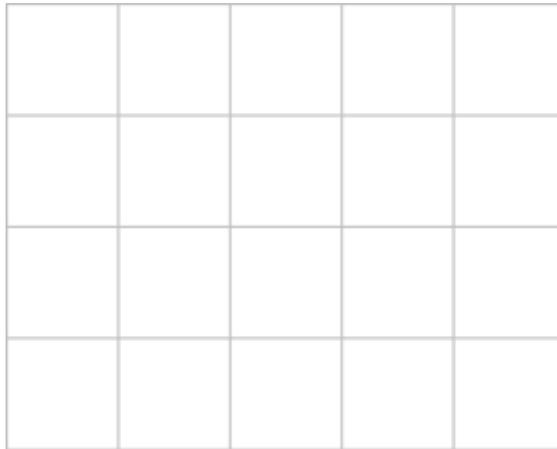




Torneo Geometría e Imaginación

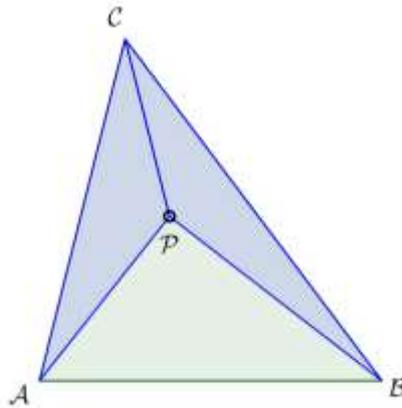
Problema Semanal de entrenamiento – P32

Calcular exactamente: $\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}+\sqrt{8}}{2} \times \frac{-3+\sqrt{5}+\sqrt{8}}{2} \times \frac{3-\sqrt{5}+\sqrt{8}}{2} \times \frac{3+\sqrt{5}-\sqrt{8}}{2}}$, usando una calculadora o un poco de papel cuadriculado.



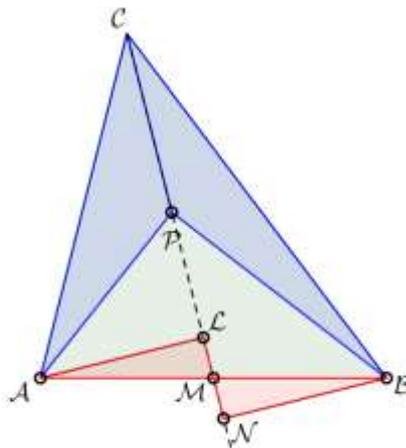
Solución P31

Hallar el lugar geométrico de los puntos P en el triángulo ABC tales que los triángulos APC y BCP tengan la misma área.



Solución:

En la prolongación del segmento CP tenemos el punto L , pie de una altura del triángulo APC , el punto M sobre el lado AB del triángulo ABC y el punto N , pie de la altura del triángulo BMN .

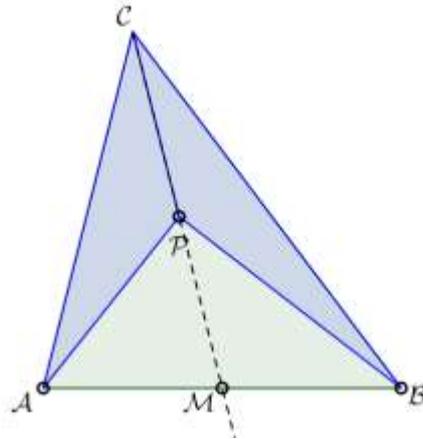


Como APC y BCP tienen la misma área y comparten la base CP , las respectivas alturas AL y BN tienen igual longitud. Además AML y BMN son triángulos rectángulos con el mismo valor del ángulo en el vértice común M , por ser opuestos por el vértice, es decir son triángulos semejantes. Pero estos triángulos deben ser congruentes dado que AL y BN son de igual longitud, entonces AM y MB son de igual longitud, por lo que M es el punto medio del lado AB y en consecuencia P está en la mediana de ABC .

Ahora veamos que si P está en la mediana CM , entonces APC y BCP tienen igual área.



Torneo Geometría e Imaginación



En este caso, AMC y BCM tienen igual área, también AMP y BPM tienen igual área. APC y BCP tienen igual área por ser las respectivas diferencias entre las áreas de AMC y APC y entre las áreas de BCM y BPM .