

Prueba destacada de la semana: 06/08/2020

PRIMER NIVEL

1. Una empresa maderera obtuvo un contrato para cortar árboles de un bosque, y los ecologistas iniciaron una protesta en su contra. Para evitar las protestas, el gerente de la empresa agregó la siguiente cláusula al contrato:

“En el bosque, el 99% del total de árboles son pinos, y la empresa sólo cortará pinos. Cuando se termine el contrato, el 97% del total de árboles del bosque serán pinos.”

Determinar qué porcentaje del bosque será cortado por la empresa al cumplirse esta cláusula del contrato.

2. En una larga tira de papel se escriben los múltiplos de 21, comenzando con 21, sin espacios intermedios. Queda así una secuencia de dígitos que empieza así:

21426384105126147...

Hallar la cifra que ocupa la posición 5000 de la secuencia de dígitos y determinar a qué múltiplo de 21 pertenece. (Por ejemplo, la cifra de la posición 15 es 1 y pertenece al 147.)

3. Sea ABC un triángulo acutángulo. Se considera el punto D del lado AB tal que CD es perpendicular a AB , y el punto E del lado AB tal que CE es la bisectriz del ángulo $\hat{A}CD$.

Sea F el punto del lado BC tal que $\hat{BAF} = \hat{ACE}$, y G el punto de intersección de AF y CE . Si se sabe que el triángulo CFG es equilátero, calcular los ángulos del triángulo ABC .

SEGUNDO NIVEL

1. En las casillas de un tablero de 7 filas y 287 columnas hay que escribir los números enteros positivos desde 1 hasta 2009, sin repetir, siguiendo la siguiente regla:

En cada fila, los números están ordenados de menor a mayor, de izquierda a derecha, pero no son necesariamente números consecutivos.

El objetivo es que la suma de los 7 números de la columna 284, contando de izquierda a derecha, sea lo mayor posible.

Determinar el máximo valor que puede tener la suma de la columna 284 e indicar una distribución posible de los 2009 números que permita lograr esa suma.

2. Miguel hizo la lista de todos los números naturales tales que la multiplicación de sus dígitos es igual a 1920 y ningún dígito es igual a 1. Calcular cuántos números tiene la lista de Miguel.

3. Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC = 29$ y $BC = 40$. Sea P en BC con BP menor que PC . Sea D en BC tal que AD es perpendicular a BC . La recta perpendicular a AP trazada por B corta a la recta AD en L , y la recta perpendicular a AP trazada por C corta a la recta AD en K . Si $KL = 16$, calcular BP .

TERCER NIVEL

1. Iván hizo la lista de todas las progresiones aritméticas de números enteros positivos tales que la diferencia es igual a 3 y la suma de sus términos es igual a 2010. Calcular cuántas progresiones tiene la lista de Iván.

ACLARACIÓN: Una progresión aritmética de diferencia 3 es una sucesión de números tal que cada término se obtiene sumándole 3 al anterior.

2. Hallar todos los pares de enteros x , y para los cuales se satisface la siguiente igualdad

$$\sqrt{x\sqrt{5}} - \sqrt{y\sqrt{5}} = \sqrt{6\sqrt{5} - 10}.$$

3. Consideramos un polígono regular de 9 lados. Si cada lado del polígono mide 5, calcular la diferencia (resta) entre las medidas de una diagonal de longitud máxima y una diagonal de longitud mínima.