Prueba destacada de la semana: 02/07/2020

PRIMER NIVEL

1. En una máquina expendedora de café cada vaso de café cuesta \$1. La máquina acepta monedas de 1 peso, de 50 centavos, de 25 centavos, de 10 centavos y de 5 centavos, pero no entrega vuelto.
Alex, Beto y Ceci tienen cada uno \$1,15; Alex tiene más monedas que Beto y Beto tiene más monedas que Ceci. Además ninguno de los tres puede comprarse un café pagando exactamente \$1.
Dar los posibles conjuntos de monedas que tienen cada uno de los tres amigos.

2. Una escuela tiene 688 alumnos de los cuales exactamente la mitad son mujeres. El día del primer partido de Argentina en el mundial de fútbol muchos alumnos faltaron a la escuela. Si la diferencia entre el número de varones que faltaron y el número de mujeres que fueron a la escuela es 123, calcular la cantidad de alumnos que faltaron ese día.

3. Sea ABC un triángulo equilátero y D el punto exterior al triángulo tal que $C\hat{A}D = 30°$ y $A\hat{D}C = 90°$. Sea E en el lado BC tal que $C\hat{A}E = 15°$.
Las rectas DC y AE se cortan en F. Si $AB = 4$, calcular la longitud del segmento AF.

SEGUNDO NIVEL

1. En la primera casilla del tablero está escrito 201 y en la novena, 2550.

201								2550

Completar con números las casillas vacías del tablero de modo que en cada casilla, a partir de la tercera, cada número sea igual a la suma de los números de las dos casillas anteriores.

2. En una olimpíada matemática para alumnos de primero y de segundo nivel se puede participar individualmente o en equipos de 2, pero los equipos se deben formar con un participante de cada nivel.

Se sabe que $\frac{3}{4}$ de los inscriptos de primer nivel y $\frac{2}{5}$ de los inscriptos de segundo nivel participan en equipos de 2, y los restantes participan en forma individual.

Calcular qué proporción del total de participantes (de primero y segundo nivel en conjunto) participan en forma individual.

3. Sea ABC un triángulo rectángulo en C, con $AC > BC$, y P, Q, R puntos de los lados AB, AC, BC, respectivamente, tales que $PQCR$ es un cuadrado. La circunferencia de centro P y radio PQ corta a la hipotenusa AB en los puntos D y E,

con D entre A y P, y E entre B y P. Si $PQ = 4$ y $BE = 1$, calcular la longitud del segmento AD.

TERCER NIVEL

1. Hallar un número entero positivo *A* de 8 dígitos distintos tal que alguno de los números *B* que se obtiene escribiendo los 8 dígitos de *A* en otro orden satisfaga que $A + B = 100\,000\,000$.

2. Se escribe la siguiente sucesión de números naturales:

$$\underbrace{1}_{1},\underbrace{2,4}_{2},\underbrace{3,5,7,9}_{4},\underbrace{6,8,10,12,14,16,18,20}_{8},\underbrace{11,13,\ldots,41}_{16},\ldots$$

(Los grupos son alternadamente de números impares y de números pares; comenzando con un grupo de un solo número; en cada grupo los números están ordenados de menor a mayor, y la cantidad de números que contiene cada grupo es el doble que la del grupo anterior.)

Determinar en qué posición se encuentra el número 2010.

3. Sea *AB* un segmento y *M* su punto medio. Se traza por *M* la perpendicular a *AB* y sea *C* un punto de esta perpendicular tal que $AB = BC$.

La perpendicular a *AC* trazada por su punto medio corta a la perpendicular a *AB* trazada por *A* en el punto *D*. Calcular el perímetro del cuadrilátero *ABCD* en función de *AB*.