

## Prueba destacada de la semana: 25/06/2020

### PRIMER NIVEL

1. Ale escribió todos los números enteros positivos de cuatro cifras que comienzan con 8 y tienen por lo menos tres dígitos iguales. ¿Cuántos números escribió Ale?
2. En un programa de preguntas y respuestas se hacen 30 preguntas. Se suman 8 puntos por cada respuesta correcta, se restan 5 puntos por cada respuesta errónea, y por las preguntas sin contestar no se suman ni se restan puntos. Un participante obtuvo 13 puntos. Calcular la cantidad de respuestas correctas y de respuestas erróneas que pudo tener ese participante. Dar todas las posibilidades.
3. Sea  $ABC$  un triángulo con  $AB = 17$ ,  $BC = 13$  y  $AC = 23$ . Sea  $P$  el punto del lado  $BC$  tal que  $BP = \frac{BC}{3}$ . La bisectriz del ángulo  $\hat{B}$  corta al lado  $AC$  en  $D$  y la bisectriz del ángulo  $\hat{C}$  corta al lado  $AB$  en  $E$ . La recta perpendicular a  $BD$  que pasa por  $P$  corta al lado  $AB$  en  $Q$  y la recta perpendicular a  $CE$  que pasa por  $P$  corta al lado  $AC$  en  $R$ . Calcular  $AQ + AR$ .

### SEGUNDO NIVEL

1. Sea  $ABCD$  un rectángulo de lados  $AB = 10$  y  $BC = 7$ . Sea  $K$  el punto medio de  $AB$  y  $L$  el punto medio  $AD$ . Si la paralela a  $BC$  trazada por  $K$  corta a  $BL$  en  $M$ , calcular  $CM$ .
2. Un biólogo que estudia una colonia de aves migratorias hizo las siguientes observaciones a lo largo de un día:  
A mediodía se fueron 30 machos que ya no regresaron, y quedaron en la colonia 2 hembras por cada macho.  
A la tarde se fueron 90 hembras, que ya no regresaron, y quedaron en la colonia 3 machos por cada hembra.  
Determinar cuántas aves tenía la colonia antes del mediodía.
3. Los números enteros positivos pares se escriben en una tabla de cinco columnas, siguiendo el esquema de la figura. Determinar en qué fila, contando de arriba hacia abajo, y en qué columna, contando de izquierda a derecha, estará escrito el 2008.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
|    | 2  | 4  | 6  | 8  |
| 16 | 14 | 12 | 10 |    |
|    | 18 | 20 | 22 | 24 |
| 32 | 30 | 28 | 26 |    |
|    | 34 | 36 | 38 | 40 |
| 48 | 46 | 44 | 42 |    |

ACLARACIÓN: La figura muestra las primeras 6 filas de la tabla, y el número 28, por ejemplo, está en la cuarta fila y en la tercera columna.

### TERCER NIVEL

1. Si se agregan a la derecha de 2008 tres dígitos,  $a, b, c$ , el número de siete dígitos  $2008abc$  es divisible por 231. Hallar todos los posibles valores de los tres dígitos  $a, b, c$ .

2. Mauro y Nico se reparten una bolsa de caramelos con el siguiente procedimiento: Mauro saca uno, Nico saca dos, Mauro saca tres, Nico saca cuatro, y así siguiendo, cada uno en su turno saca uno más que los que acaba de sacar el otro. Cuando uno de los dos se encuentra con que no quedan suficientes caramelos para sacar uno más que los que sacó el otro, se lleva todo lo que queda, y concluye el reparto. Si Mauro sacó en total 2000 caramelos, ¿Cuántos caramelos había inicialmente en la bolsa?

3. Sea  $ABCD$  un trapecio de bases  $AB$  y  $CD$ , y lados no paralelos  $BC$  y  $DA$ , con  $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ . La perpendicular a la diagonal  $AC$  trazada desde  $B$  corta a  $AC$  en  $E$ . Si  $AB = 125$ ,  $AE = 35$  y  $CE = 50$ , calcular el área del trapecio  $ABCD$ .