TORNEO GEOMETRÍA e IMAGINACIÓN

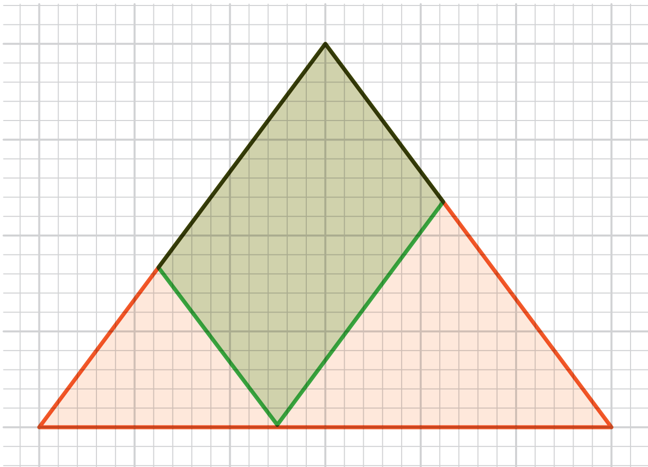
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE OMA

El Problema Semanal 35

Propuesto por el Dr. José Araujo

19 de noviembre de 2024

Hallar el perímetro del paralelogramo inscripto en el triángulo de la figura siguiente, dado sobre una cuadrícula de cuadrados de 1 cm × 1 cm.



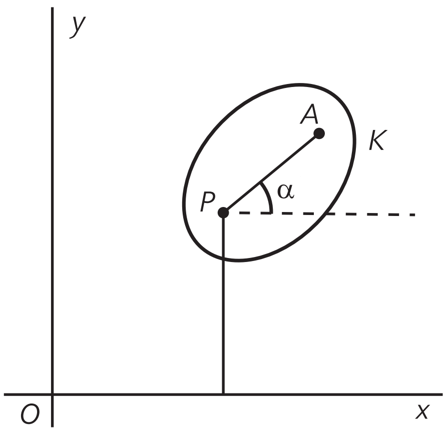
La Geometría en la formación matemática

Santaló: maestro y matemático

→ *Continúa del número anterior. Probabilidades geométricas 1.* El problema de la aguja de Buffon

Figuras congruentes en el plano. Después de haber estudiado problemas de probabilidades en los cuales los elementos geométricos dados al azar son puntos o rectas, pasemos a considerar el caso más general en que dichos elementos son figuras congruentes entre sí de forma cualquiera.

Sea dada una figura de forma cualquiera, por ejemplo, la figura K representada en el gráfico de abajo, y supongamos que se pueda mover en el plano sin sufrir deformación. Su posición quedará determinada dando las coordenadas x, y de un punto P de la figura y el ángulo α que una dirección PA invariablemente unida a la misma forma con una dirección fija del plano; por ejemplo, la dirección del eje x.



Esta hoja está pensada para poner a la vista de todos. El objetivo es que forme parte de un nuevo tiempo y estilo en el paisaje escolar.

Por tanto, así como para determinar la posición de un punto hay que dar dos coordenadas (la x y la y) y para determinar una recta, también (las p, α como vimos anteriormente), para determinar la posición de una figura indeformable hacen falta tres coordenadas: x, y, α.

Supongamos que sobre cada punto $P(x, y)$ del plano dado levantamos una perpendicular y tomamos sobre ella el valor, medido en radianes, del ángulo α. Tendremos así un punto del espacio que podemos representar por K'. Recíprocamente, a todo punto del espacio situado entre el plano dado y otro paralelo al mismo a distancia 2π (puesto que el máximo valor de α es 2π) corresponde una posición de la figura K.

Para medir conjuntos de posiciones distintas de la misma figura K, o bien, lo que es lo mismo, conjuntos de figuras congruentes con K, parece natural tomar el volumen cubierto por los puntos K' representativos de las posiciones de K según la representación anterior.

Esta definición de medida para conjuntos de posiciones de una figura plana no se ha elegido por capricho. Se ha llegado a ella por el mismo criterio que preside toda la teoría de probabilidades geométricas, a saber: la medida debe ser tal que todas las posiciones de K sean igualmente probables. Es decir, la medida de un conjunto de posiciones de K debe ser independiente de la posición del conjunto en el plano. Trasladando todo el conjunto, en bloque, a otra posición diferente, la medida debe tener el mismo valor. Además, la medida debe depender únicamente de K y no del punto particular P elegido ni de la dirección PA. Con estas condiciones se demuestra que la medida anterior, volumen de los puntos K', es la única existente, salvo un factor constante.

Según lo anterior se puede enunciar:

Dado un conjunto de posiciones de una figura K de forma cualquiera, móvil de manera indeformable en el plano, la probabilidad de que alguna de estas posiciones pertenezca a otro conjunto contenido en el primero es igual al cociente de los volúmenes representativos de ambos conjuntos (favorables y posibles) de posiciones.

El problema de hallar la medida de un conjunto de posiciones de una figura K equivale, por tanto, al problema de hallar un cierto volumen del espacio. El cálculo de este volumen no es fácil, en general, y aun en los casos más simples exige los recursos del cálculo integral.

Discutí entre muchos las distintas soluciones y enviá las más interesantes a la Lic. Norma Pietrocola: norma@oma.org.ar o al Dr. José Araujo: xarauxo@hotmail.com.
¡Esperamos las respuestas!

Podrás mirar la solución en la próxima *Leñitas Geométricas*.

espacio para la Secretaría Regional, Delegaciones Zonales o Coordinaciones Intercolegiales