TORNEO GEOMETRÍA e IMAGINACIÓN

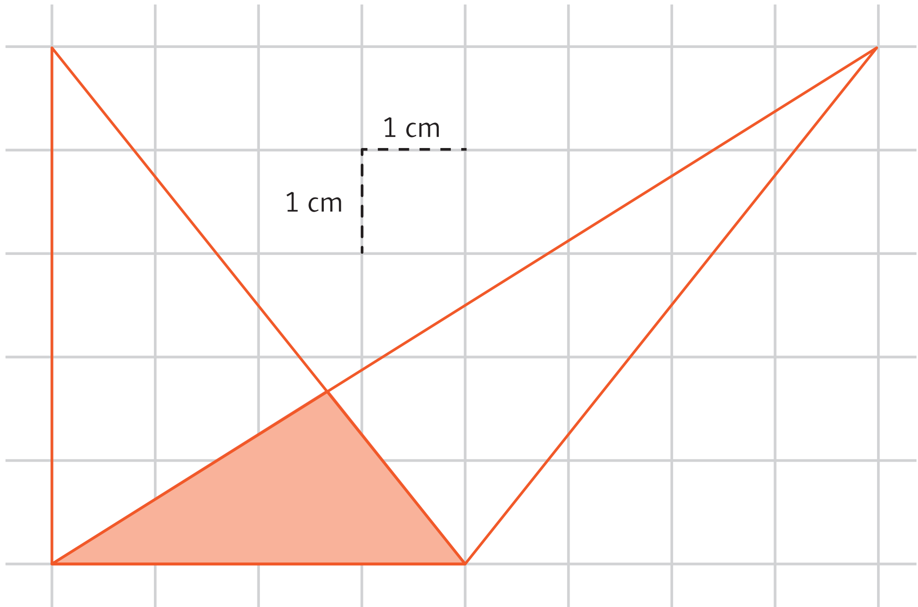
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE OMA

El Problema Semanal 23

Propuesto por el Dr. José Araujo

26 de agosto de 2024

Hallar el área del triángulo sombreado que muestra la figura.

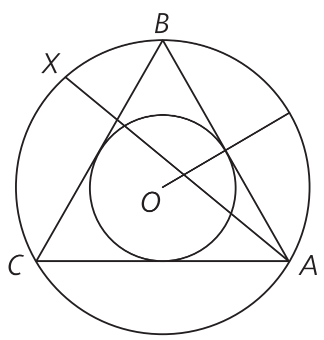


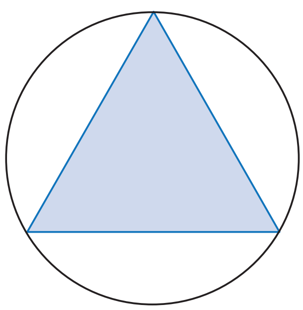
La Geometría en la formación matemática

Santaló: maestro y matemático

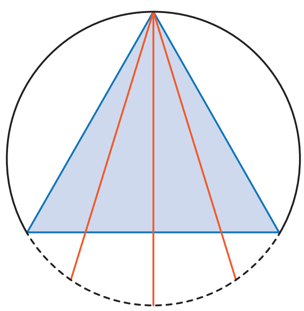
→ *Continúa del número anterior. Probabilidades geométricas 1. Paradoja de Bertrand*

Continuamos con la paradoja de Bertrand. Este pone en guardia sobre el hecho de que en los problemas de probabilidades geométricas el resultado depende del criterio adoptado para elegir al azar los elementos. Recordemos que en el ejemplo propuesto Bertrand indica tres soluciones para la figura.

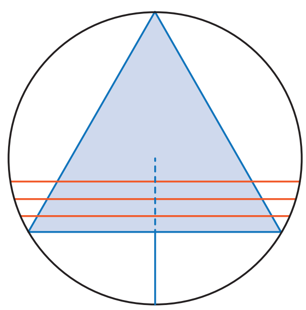




Paradoja de Bertrand



Solución 1



Solución 2

Desde el punto de vista experimental, las tres soluciones son igualmente válidas y los diferentes valores dependen de los distintos modos de realizar la experiencia. Veamos si pueden llevar a cabo experiencias que respondan a las tres soluciones mencionadas.

Esta hoja está pensada para poner a la vista de todos. El objetivo es que forme parte de un nuevo tiempo y estilo en el paisaje escolar.

Experiencia 1. Para trazar una recta al azar de manera que la operación esté de acuerdo con el primer método, lo más práctico es proceder a la inversa. Supongamos trazadas sobre el plano un haz de rectas paralelas distantes entre sí del diámetro del círculo dado. Arrojando un disco circular igual al dado sobre este plano, este siempre cortará a una paralela y solamente a una (el caso en que sea tangente a dos paralelas es despreciable, pues hay una probabilidad nula de que eso ocurra). Queda así determinada al azar una recta que corta al círculo y la manera como se hace la determinación responde al primer método, puesto que la mayor o menor longitud de la cuerda depende únicamente de la distancia α en que quede el centro del círculo de la recta, o sea, de ρ.

Hagamos la experiencia un número grande N de veces y anotemos el número n de estas en que la cuerda resulta mayor que el lado del triángulo equilátero inscripto. El cociente n/N es la probabilidad experimental. Tomando N suficientemente grande, resulta efectivamente que el cociente n/N tiende a $\frac{1}{2}$, que es el valor dado por la teoría.

Antes de continuar, recordemos a quien le dio su nombre a la paradoja: Joseph Louis François Bertrand (París, 11 de marzo de 1822-5 de abril de 1900) era un matemático y economista francés que publicó muchos trabajos sobre geometría diferencial y sobre teoría de la probabilidad durante las últimas décadas del siglo XIX. Editó una versión de la *Mecánica analítica* de Joseph-Louis de Lagrange que se publicó en 1853. En 1855 tradujo al francés el trabajo de Carl Friedrich Gauss sobre la teoría de errores y el método de cuadrados mínimos. Escribió una serie de notas relativas a la teoría de la probabilidad y a la reducción de datos a partir de observaciones. Las publicó a partir de 1875 y, después de una breve pausa de tres años a partir de 1884, escribió su libro *Cálculo de probabilidades* (1888) que contiene la paradoja sobre probabilidades continuas conocida desde entonces como paradoja de Bertrand.

Como lo estamos analizando, se refiere a la probabilidad de que una cuerda arbitraria de un círculo sea más larga que un lado de un triángulo equilátero inscrito en el círculo. La paradoja surge porque la palabra "arbitraria" no está definida correctamente.

→ *Continuará en el próximo número.*

Discutí entre muchos las distintas soluciones y enviá las más interesantes a la Lic. Norma Pietrocola: norma@oma.org.ar o al Dr. José Araujo: xarauxo@hotmail.com.
¡Esperamos las respuestas!

Podrás mirar la solución en la próxima *Leñitas Geométricas*.

espacio para la Secretaría Regional, Delegaciones Zonales o Coordinaciones Intercolegiales