Sugerencias a los directores:

Los *"Problemas Semanales"* fueron pensados para que durante ese tiempo estén expuestos a la vista de los alumnos en el patio escolar; pasado ese tiempo serán reemplazados por los nuevos. Sería bueno que en ese período los directores averigüen quiénes los resolvieron y los alienten, con el apoyo de sus profesores a encontrar la solución más original o la más corta o la que usa recursos más elementales o ingeniosos. Este es el camino que conduce a la Olimpíada de Matemática y disfrutar de una tarea creativa ampliamente valorada.

¡¡¡Difunda los Problemas!!!

Problemas Semanales

de Graciela Ferrarini, Gustavo Massaccesi,
Laura Pezzatti y Ana Wykowski

Fecha: 28/09/2020

Primer nivel

XXIX-128

En un pizarrón está escrito varias veces el número 2019.

2019201920192019201920192019...20192019.

En total hay 1004 dígitos escritos.

¿Cuál es la menor cantidad de dígitos que se pueden borrar para que la suma de los dígitos que quedan escritos sea 2019?

¿Qué dígitos hay que borrar? Explica cómo los encontraste.

Segundo nivel

XXIX-228

Bruno, Fede, Lucas y Pedro compraron, cada uno, una bolsa de tornillos. Las bolsas de Bruno, Fede y Lucas tenían el mismo número de tornillos. Cada una de estas tres bolsas tenía un número exacto de docenas.

Bruno vendió $\frac{7}{12}$ del contenido de la bolsa y luego un tornillo más.

Fede vendió la mitad del contenido de la bolsa y luego 107 tornillos más.

Lucas vendió la mitad del número que resulta si la bolsa tuviera 10 tornillos más y luego vendió 100 tornillos más.

Bruno vendió menos que Fede y más que Lucas.

Pedro observó que, en su bolsa, de cada 100 tornillos 10 eran defectuosos. Entonces tiró los defectuosos y le quedaron 1980 tornillos.

¿Cuántos tornillos había en la bolsa de Bruno? ¿Cuántos tornillos le quedaron a Fede?

¿Cuántos tornillos vendió Lucas? ¿Cuántos tornillos había en la bolsa de Pedro?

..//

..//

Tercer nivel

XXIX-328

Se quiere completar el tablero de la figura con dígitos, uno por casilla, de modo que:

- La suma de la primera columna es 7
- La suma de la segunda columna es 8
- La suma de la tercera columna es 9
- La suma de la cuarta columna es 10
- En cada columna el número de arriba es mayor que el número de abajo
- Al multiplicar todos los números del tablero se obtiene 20160.

¿Cuáles son todas las maneras de completar el tablero? Muéstralas.

Sugerencias a los directores:

Los *"Problemas Semanales"* fueron pensados para que durante ese tiempo estén expuestos a la vista de los alumnos en el patio escolar; pasado ese tiempo serán reemplazados por los nuevos. Sería bueno que en ese período los directores averigüen quiénes los resolvieron y los alienten, con el apoyo de sus profesores a encontrar la solución más original o la más corta o la que usa recursos más elementales o ingeniosos. Este es el camino que conduce a la Olimpíada de Matemática y disfrutar de una tarea creativa ampliamente valorada.

¡¡¡Difunda los Problemas!!!

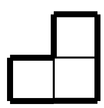
Problemas Semanales

de Patricia Fauring y Flora Gutiérrez

Fecha: 28/09/2020

128. Sea n un entero positivo. Se tienen n bolillas numeradas del 1 al n y tres cajas de diferentes colores. Hallar el menor n tal que para toda ubicación de las n bolillas en las tres cajas siempre haya en una misma caja dos bolillas tales que la diferencia de los números escritos en ellas (el mayor menos el menor) sea igual a un número entero elevado al cuadrado.

228. Se tiene un tablero de 7×7. Julián colorea 29 casillas de negro. Luego, Pilar debe colocar sobre el tablero un codo que tapa exactamente tres casillas como las de la figura (orientado de cualquier manera). Si las tres casillas que tapa el codo son negras, gana Pilar.



Determinar si Julián puede realizar la coloración de modo que a Pilar le resulte imposible ganar.

328. Sea $n\geq1$ un entero. Se tienen dos sucesiones, cada una de n números reales positivos $a_1,a_2,...,a_n$ y $b_1,b_2,...,b_n$ tales que $a_1+a_2+...+a_n=1$ y $b_1+b_2+...+b_n=1$. Hallar el menor valor posible que puede tomar la suma

$$\frac{a_1^2}{a_1+b_1}+\frac{a_2^2}{a_2+b_2}+...+\frac{a_n^2}{a_n+b_n}.$$