

Sugerencias a los directores:

Los "Problemas Semanales" fueron pensados para que durante ese tiempo estén expuestos a la vista de los alumnos en el patio escolar; pasado ese tiempo serán reemplazados por los nuevos. Sería bueno que en ese período los directores averigüen quienes los resolvieron y los alienten, con el apoyo de sus profesores a encontrar la solución más original o la más corta o la que usa recursos más elementales o ingeniosos. Este es el camino que conduce a la Olimpiada de Matemática y disfrutar de una tarea creativa ampliamente valorada.

*Difunda los Problemas!!!*

# Problemas Semanales

de Graciela Ferrarini y Julia Seveso



**Fecha: 12/10/2010**

## Primer Nivel

**XIX-130**

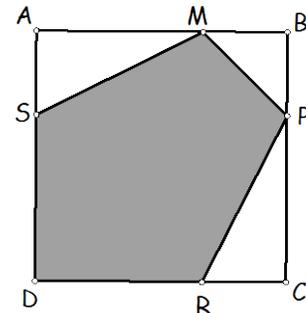
En la figura: ABCD es un cuadrado

DS=2 AS

DR=DS

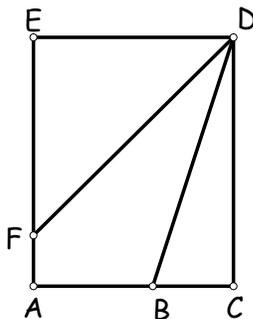
BM=BP=AS

¿Qué fracción del cuadrado ABCD representa el polígono DRPMS?



## Segundo Nivel

**XIX-230**



ACDE es un rectángulo de 270 cm de perímetro.

EDF es un triángulo isósceles.

$$\text{Área del triángulo BCD} = \frac{1}{2} \text{Área del triángulo EDF.}$$

$$\text{Área de ABDF} = \frac{2}{5} \text{Área de ACDE.}$$

¿Cuáles son las longitudes de AB, BC y CD?

¿Cuál es el área de ACDF?

## Tercer Nivel

**XIX-330**

Se escriben los números

2

3 - 5

6 - 8 - 10

11 - 13 - 15 - 17

18 - 20 - 22 - 24 - 26

.....,

del siguiente modo:

- el primero es 2, luego
  - dos números impares consecutivos, los siguientes a 2, luego
  - tres números pares consecutivos, los siguientes al último impar escrito, luego
  - cuatro números impares consecutivos, los siguientes al último par escrito, luego
  - cinco números pares consecutivos, los siguientes al último impar escrito
- y así sucesivamente.

¿El número 2009 aparece en esta lista?

¿Cuántos números menores que 2009 se escriben?

Sugerencias a los directores:

Los "Problemas Semanales" fueron pensados para que durante ese tiempo estén expuestos a la vista de los alumnos en el patio escolar; pasado ese tiempo serán reemplazados por los nuevos. Sería bueno que en ese período los directores averigüen quienes los resolvieron y los alienten, con el apoyo de sus profesores a encontrar la solución más original o la más corta o la que usa recursos más elementales o ingeniosos. Este es el camino que conduce a la Olimpiada de Matemática y disfrutar de una tarea creativa ampliamente valorada.

*Difunda los Problemas!!!*

# Problemas Semanales

de Patricia Fauring y Flora Gutiérrez



Fecha: 12/10/2010

## Primer Nivel

**130.** Se tiene un tablero en forma de L con 111 casillas verticales y 100 casillas horizontales (la casilla de la esquina se cuenta como horizontal y como vertical). Inicialmente hay una moneda en cada casilla. Ariel y Bruno retiran, por turnos, monedas del tablero. La movida legítima es elegir una dirección (vertical u horizontal) y en esa dirección retirar tantas monedas como se desee (por lo menos una) siempre y cuando éstas ocupen casillas consecutivas del tablero (sin casillas vacías intermedias). Pierde el jugador que retira la última moneda. Si Ariel es el que comienza el juego, determinar cuál de los dos jugadores puede asegurarse la victoria y dar una estrategia ganadora para ese jugador.

## Segundo Nivel

**230.** Sobre una mesa hay 88 cajas; Fredy distribuye en las cajas, a su elección, bolitas blancas y bolitas negras, tantas como quiera de cada color. A continuación, Miguel, que ve cuantas bolitas de cada clase hay en cada caja, elige 28 de las cajas. Si las cajas que eligió Miguel contienen por lo menos  $\frac{2}{7}$  del total de bolitas blancas y por lo menos  $\frac{2}{7}$  del total de bolitas negras, gana Miguel. En caso contrario, gana Fredy. Determinar si Fredy puede elegir las bolitas y distribuir las para impedir que gane Miguel.

## Tercer Nivel

**330.** El trapecio isósceles  $ABCD$  de bases  $AB$  y  $CD$  tiene una circunferencia  $k$  que es tangente a sus cuatro lados. Sea  $T$  el punto de tangencia de  $k$  con el lado  $BC$ , y  $P$  el segundo punto de intersección de  $AT$  con  $k$ . Si se sabe que  $\frac{AP}{AT} = \frac{2}{5}$ , calcular  $\frac{AB}{CD}$ .

Estos problemas fueron enviados a través de la lista "material-oma". Si quieres recibirlos inscribete a través de <http://www.oma.org.ar/correo/>

# Torneo de Computación y Matemática 2010

## Problemas Semanales



Fecha: 12/10/2010

### XIII-130

Para una fiesta de casamiento se compraron 7 botellas de \$53, 11 botellas de \$37 y 8 botellas de \$66. Como los novios se pelearon, se suspendió la fiesta y decidieron repartir las botellas de manera que el precio total de cada una de las dos partes sea el mismo.

- ¿Es posible repartirlas así?
- ¿Es posible repartirlas de manera que, además del precio total, la cantidad de botellas sea igual?

### XIII-230

Encontrar un número entero positivo  $N$  tal que las últimas cuatro cifras de  $N^7$  sean 1119.  
(Las últimas cuatro cifras de 2320772 son 0772.)

### XIII-330

Sea  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  si  $n > 1$ , la sucesión de Fibonacci. Por ejemplo  $F_2=1$ ,  $F_3=2$ ,  $F_4=3$ ,  $F_5=5$ ,  $F_6=8$ .

i) Hallar tres funciones  $a(n)$ ,  $b(n)$ ,  $c(n)$  lineales y dos funciones  $g(n)$ ,  $h(n)$  tales que valga que para todo  $n > 0$ ,

$$0 \cdot F_0 + 1 \cdot F_1 + 2 \cdot F_2 + \dots + n \cdot F_n = a(n) \cdot F_{g(n)} + b(n) \cdot F_{h(n)} + c(n)$$

Una función es lineal cuando es de la forma  $d(n) = s \cdot n + t$

ii) Demostrarlo.