Sugerencias a los directores:

Los *“Problemas Semanales”* fueron pensados para que durante ese tiempo estén expuestos a la vista de los alumnos en el patio escolar; pasado ese tiempo serán reemplazados por los nuevos. Sería bueno que en ese período los directores averigüen quienes los resolvieron y los alienten, con el apoyo de sus profesores a encontrar la solución más original o la más corta o la que usa recursos más elementales o ingeniosos. Este es el camino que conduce a la Olimpíada de Matemática y disfrutar de una tarea creativa ampliamente valorada.

Difunda los Problemas!!!

Problemas Semanales

de Patricia Fauring y Flora Gutiérrez

OLIMPIADA MATEMATICA ARGENTINA - OMA -

Fecha: 05/11/2007

XXIV-132.

En cierta ciudad el sistema de autobuses tiene 65 líneas que pasan, entre todas, por 999 paradas. Este sistema permite viajar en autobús de cada parada a cada una de las otras, tal vez efectuando trasbordos. Para cada dos líneas A y B hay al menos una parada de A que no está en B y al menos una parada de B que no está en A. Por razones económicas, el intendente quiere suprimir la mayor cantidad posible de líneas, preservando todas las paradas y de modo que siga siendo posible viajar en autobús de cada parada a cada una de las otras. El ministro de transporte le informó que se pueden eliminar 36 líneas, pero es imposible eliminar 37. Mostrar con un ejemplo que es posible que el ministro diga la verdad.

XXIV-232.

Sea S_n el conjunto de todos los números de n dígitos (incluye a los que comienzan con 0). Se dice que cuatro números de S_n forman una cuaterna especial si los números coinciden en todas las posiciones excepto una, en la cual tienen cuatro dígitos consecutivos. Por ejemplo, {24438, 24448, 24458, 24468} y {06921, 07921, 08921, 09921} son cuaternas especiales de 5 dígitos.
Determinar, para cada n, el máximo número de cuaternas especiales que se pueden formar de modo que ningún número figure en más de una cuaterna.

XXIV-332.

Diremos que un número natural n es *adecuado* si existen n enteros $a_1, a_2, ..., a_n$ (que no son necesariamente positivos y pueden estar repetidos) tales que

$$a_1 + a_2 + ... + a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n = n\,.$$

Determinar todos los números adecuados.

Torneo de Computación y Matemática 2007
Problemas Semanales

Fecha: 05/11/2007

X-132

Cierto número de 5935 cifras está escrito usando sólo tres dígitos distintos, ninguno de los cuales aparece menos de 100 veces. La suma de sus cifras es 5981 y la suma de los cuadrados de sus cifras es 9957. ¿Qué dígitos son y cuántas veces aparece cada uno?

Ejemplo: 2005 tiene 4 cifras, la suma de sus cifras es 2+0+0+5 = 7, y la suma de los cuadrados de sus cifras es 4+0+0+25 = 29.

X-232

Buscar *todas* las ternas de números enteros positivos (x;y;z) que verifican que

$$5(x+y+z)=xyz$$

X-332

a) Hallar funciones lineales f y g tales que siempre que a y b sean números enteros no negativos y $0 \le a \le b$ valga que

$$\binom{a}{0}\binom{b}{0}+\binom{a}{1}\binom{b}{1}+\binom{a}{2}\binom{b}{2}+\dots+\binom{a}{a-1}\binom{b}{a-1}+\binom{a}{a}\binom{b}{a}=\binom{f(a,b)}{g(a,b)}$$

b) Demostrar la identidad hallada en a).

Nota: El combinatorio se calcula como $\binom{a}{b}=\dfrac{a!}{b!(a-b)!}$. El factorial se define como 0!=1 y si n es un entero positivo entonces $n!=(n-1)!\cdot n$. Por ejemplo 5!=120 y $\binom{5}{2}=\dfrac{5!}{2!3!}=10$

Una función $f(a,b)$ es una función lineal si la podemos calcular usando la fórmula $f(a,b) = c\cdot a + d\cdot b + e$ en donde c, d y e son números fijos.

Comentario C y M de la semana:

¡El **Nacional** de C y M es muy pronto! Alrededor de 20 al 23 de noviembre de 2007.

Las fechas exactas y los detalles aparecen en http://www.oma.org.ar/nacional/cym/index.htm

Olimpíada Matemática Argentina - Torneo de Computación y Matemática
Santa Fe 3312, 9 D - (C1425BGV) Bs. As. - tel/fax:(11)48266900 -
email: cym@oma.org.ar - http://www.oma.org.ar/nacional/cym/