



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



Problemas:

Estos problemas, sumados a la lista 1 y 2, o una ligera variación de los mismos serán tomados en la ronda final de *Cuentos con cuenta en Literatura y Matemática* del presente año.

Nivel Elemental:

E35. Pedro, Luis, María y Sara se sacaron una foto, parados uno al lado de otro, en ese orden. Después querían sacarse otras fotos, cambiando las posiciones pero siempre estando juntas Sara y María. ¿De cuántas maneras diferentes pueden posar para la foto, si siempre van a estar parados?

E36. Joaquín tiene 480 fichas cuadradas y las quiere ubicar a todas juntas formando un rectángulo. ¿Cuáles son las medidas de los rectángulos que puede armar? Da todas las posibilidades.

E37. Nadia tiene una cierta cantidad de lápices de colores. Si los pone en cajas de 6 cada una, le sobran 4 lápices; si los pone en caja de 12 cada una, también le sobran 4 y si los pone en caja de 18, le sobran 10. ¿Cuántos lápices tiene Nadia, si son más de 50 y menos de 100?

E38. Hace muchos años, los egipcios resolvían las cuentas de multiplicar de una manera muy particular. Por ejemplo, si querían encontrar el resultado de 45×23 hacían lo siguiente:

$$45 \times 1 = 45$$

$$45 \times 2 = 90$$

$$45 \times 4 = 180$$

$$45 \times 8 = 360$$

$$45 \times 16 = 720$$

$$\text{Entonces: } 45 \times 23 = 720 + 180 + 90 + 45 = 1035$$

a) Explica cómo es este método

b) ¿Cómo calcularías 37×22 con este método?

E39. Diego y Javier alquilan un auto para hacer un viaje, pero Javier desciende exactamente en la mitad del recorrido de ida, y cuando Diego regresa recoge a Javier y juntos terminan el viaje. El alquiler del auto asciende a \$720. ¿Cuánto debe pagar cada uno de los amigos?



XIX Concurso de Literatura y Matemática "Cuentos con Cuentas" - 2015

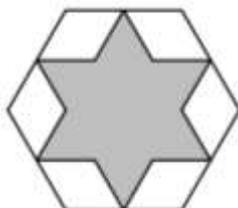


E40. De un bidón de cinco litros, lleno de jugo de naranja, se extraen dos litros y se lo completa con agua, mezclando bien. Si se extraen dos litros de la mezcla y de nuevo se completa con agua, ¿cuál es el porcentaje de jugo de naranja en la mezcla final?

E41. Una caja con 20 bombones iguales pesa 270 gramos. La misma caja pero con 15 bombones pesa 240 gramos. ¿Cuánto pesa la caja vacía?

E42. De la casa de Beatriz a la casa de Ana hay que caminar 1 cuadra al Este y 2 cuadras al Norte. De la casa de Beatriz a la casa de Claudia hay que caminar 1 cuadra al Sur y 3 al Este. ¿Cómo debe hacerse para ir de casa de Claudia a casa de Ana?

E43. La estrella de la figura toca cada lado del hexágono regular en el punto medio. Los lados de la estrella son paralelos a los del hexágono. Si el área de la estrella es 6, ¿cuál es el área del hexágono?



E44. Un acertijo consiste en adivinar la forma y el color que tiene un objeto a partir de las 5 afirmaciones verdaderas siguientes:

- Si es azul, entonces es redondo.
- Si es cuadrado, entonces es rojo.
- Es azul o amarillo.
- Si es amarillo, entonces es cuadrado.
- Es cuadrado o redondo.

¿Cómo es el objeto?

E45. Luis pegó 7 dados de manera que coincidieran los números de las caras pegadas. ¿Cuántos puntos quedaron en total en la superficie?





XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015

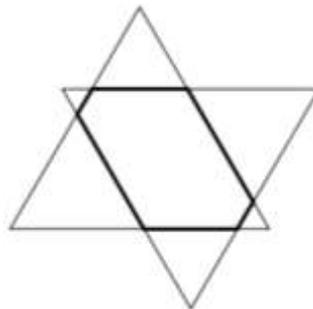


E46. El rectángulo de la figura está formado por 6 cuadrados. La longitud de cada uno de los lados del cuadrado pequeño es 1 cm. ¿Cuál es la longitud del lado mayor de los 6 cuadrados?

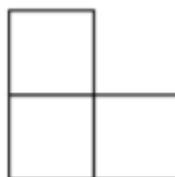


E47. Dani tarda 35 minutos para ir a la escuela caminando y regresar a su casa en colectivo, mientras que hacer el viaje completo en colectivo le toma 22 minutos. ¿Cuánto tarde Dani en hacer el viaje ida y vuelta caminando?

E48. Dos triángulos equiláteros iguales con perímetro de 24 cm se superponen de manera que sus lados quedan paralelos como muestra la figura. ¿Cuál es el perímetro del hexágono que queda adentro de la figura?



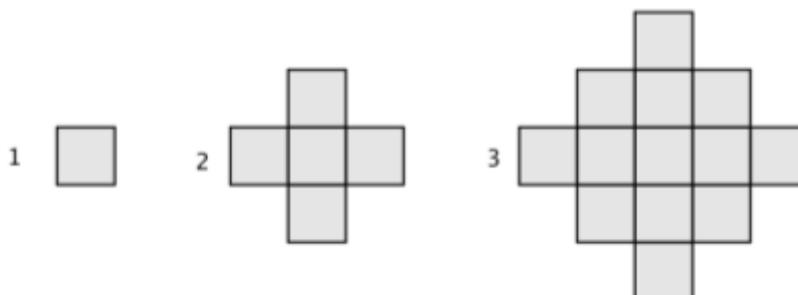
E49. ¿Cuál es el menor número de piezas como la que se muestra, necesarias para formar un cuadrado?





Nivel Medio:

M27. Observa estas figuras



Cada vez, nuevos cuadrados se añaden a la figura anterior.

- a) ¿Cuántos cuadrados hay en la figura número 15? ¿Y en la 50?
- b) ¿Qué ocurriría si fuesen cubos en tres dimensiones? ¿Cuántos cubos tiene el cuerpo número 5? ¿Y el número 15?

M28. Se tienen 5 discos negros y 5 blancos ordenados de la forma siguiente



Queremos que todos los discos blancos queden a mano izquierda, y que los negros queden a mano derecha



Sólo está permitido intercambiar dos discos vecinos entre si



- a) ¿Cuántos movimientos necesitas?
- b) ¿Cuántos movimientos necesitarías si tuviésemos 50 discos negros y 50 discos blancos ordenados alternativamente?

M29. La diferencia entre dos números consecutivos de la lista a, b, c, d, e es la misma. Si $b = 5,5$ y $e = 10$, ¿cuánto valen las otras tres letras?

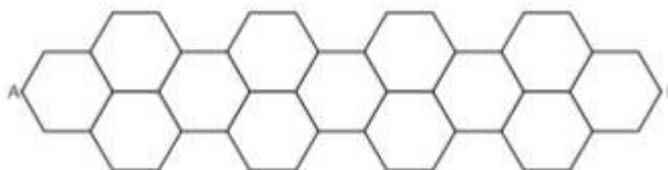
M30. Se tomaron dos fotos de una construcción hecha de cubos, una del costado izquierdo de la construcción (fig. de la izquierda) y la otra del frente (fig. de la derecha). ¿Cua es el máximo número posible de cubos que se usaron en la construcción?



M31. Un cuadrado $PQRS$ con lados de longitud 10 cm rueda sin resbalar sobre una recta. Inicialmente P y Q están en la recta y la primera rodada es sobre el punto Q , como muestra el diagrama. La rodada se detiene cuando P regresa por primera vez a la recta. ¿Cuál es la longitud de la curva trazada por P ?



M32. ¿Cuántos caminos hay del punto A al punto B siguiendo las líneas de la figura si las direcciones permitidas son $\rightarrow, \nearrow, \searrow, \swarrow, \nwarrow$ (es decir, cualquier sentido esta permitido salvo \leftarrow), y no se permite pasar dos veces por el mismo punto.



M33. En una granja rectangular cuadriculada de 20×12 hay perros, gatos y caballos. Los perros ocupan corrales cuadrados de 2×2 , los gatos ocupan corrales cuadrados de 1×1 y los caballos ocupan regiones de área 10. Los corrales comparten las bardas pero los perros no pueden estar en corrales pegados, ni siquiera por una esquina, a los de los caballos. Si se sabe que hay el mismo número n de perros que de caballos, ¿qué es lo máximo que puede valer n ?

M34. En mi calculadora una de las teclas del 1 al 9 funciona mal: al apretarla aparece en pantalla un dígito entre 1 y 9 que no es el que corresponde. Cuando traté de escribir el número 987654321, apareció en la pantalla un número divisible por 11 y que deja resto 3 al dividirlo por 9. ¿Cuál es la tecla descompuesta? ¿Cuál es el número que apareció en la pantalla?

M35. Una calculadora tiene dos teclas especiales A y B . La tecla A transforma el número x que esté en la pantalla en $\frac{1}{x}$. La tecla B transforma el número x que esta en la pantalla en $1 - x$.



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



Camilo comenzó a pulzar las teclas A, B, A, B, \dots en forma alternada. Luego de realizar 848 pulsaciones, en la pantalla quedó el número 0,8. ¿Qué número estaba inicialmente en la pantalla?

M35. A un congreso asisten 9 personas que, en cada una de las cuatro reuniones que hacen juntas, se sientan alrededor de una misma mesa redonda. ¿Pueden sentarse de forma que ninguna tenga a la misma persona a su lado más que en una de las cuatro ocasiones?

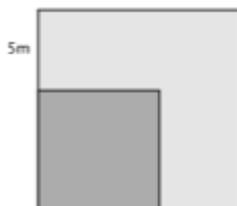


XIX Concurso de Literatura y Matemática "Cuentos con Cuentas" - 2015



Nivel Superior:

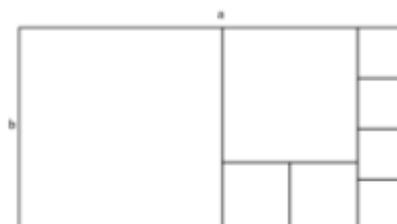
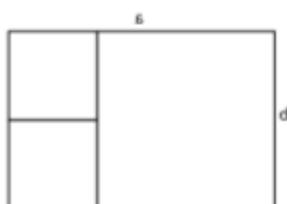
S37. Determina las dimensiones del cuadrado pequeño, sabiendo que su área es la mitad de la del grande.



S38. La densidad de población a x kilómetros del centro de una ciudad es

$d(x) = 11 \cdot e^{-0,04x}$ miles de personas por kilómetro cuadrado. ¿Qué densidad de población hay en el centro de la ciudad? ¿Y a 10 km del centro?

S39. En cada caso calcula $\frac{a}{b}$ sabiendo que las figuras interiores son cuadrados.



S40. ¿Cuántos enteros positivos dividen a $10!$ ($10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$)?

S41. En cada una de las caras de un cubo se escribió un número entero positivo y a cada vértice del cubo se le asignó el producto de los números que aparecían en las caras adyacentes al vértice. Si la suma de los números asignados a los vértices es 70, ¿cuál es la suma de todos los números que aparecen en las caras?

S42. Encuentra todos los enteros positivos n que satisfacen simultáneamente las tres condiciones siguientes:

- la suma de las cifras de n es 18,
- $n + 3600$ es un cuadrado perfecto y
- $n < 2005$



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



S43. Llamemos capicúa a un año si su número tiene al menos dos cifras y se lee igual al derecho que al revés (como 2002). Un hombre nació un 1º de enero y vivió durante 12 años capicúa.

- ¿Cuál es la menor edad que pudo haber tenido al morir?
- Suponiendo que murió de la edad que encontraste, ¿en qué años pudo haber nacido?

S44. En una lista están escrito los números del 1 al 16. ¿Es posible tachar 4 de ellos de manera que al multiplicar cualesquiera 2 de los 12 que queden el resultado no sea el cuadrado de un número entero?

S45. En un cuadrado de 4×4 se hace un corte con una línea recta que lo divide en dos cuadriláteros iguales. Si los cuadriláteros tienen perímetro 13, ¿cuál es la longitud del lado menor de los cuadriláteros?