

27.^a Competencia de MateClubes 2024

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

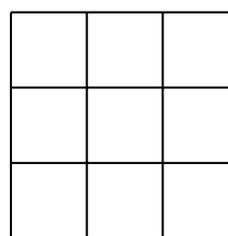
Nombre del Club: Código del club: 27 – 1 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Rafa quiere completar las casillas del tablero con dígitos 1, 2 o 3. Coloca un dígito en cada casilla. Quiere que la suma de los 3 números en todas las filas y columna sea siempre 7.

¿De cuántas formas distintas puede completar el tablero?
Explicar cómo las contaron. ¿Por qué no hay otras?



2. Betty escribió en el pizarrón 9 enteros positivos de menor a mayor uno debajo del otro (puede haber números repetidos). Se tiene la siguiente información de la lista:

- La suma de todos los números es 65.
- El quinto número es el 6.
- El número que más veces aparece es el 5.
- Ningún otro número aparece la misma cantidad de veces que el 5.

¿Cuál es el número más grande que pudo haber escrito Betty? ¿Por qué no puede ser mayor?

Dar una manera en la que Betty pudo haber escrito los números para obtener ese valor.

Nota: cuando contamos cuantas veces aparece un número, contamos los números completos, no los dígitos en esos números. Por ejemplo, si escribimos 15 no cuenta como un 5.

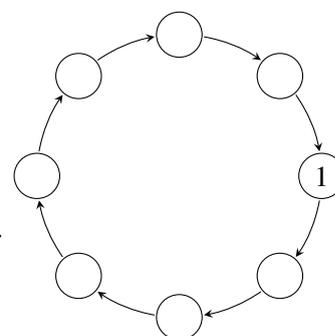
3. Mario quiere completar los círculos de la figura con los dígitos del 1 al 8, sin repetir. Quiere que el número que escribe en cada círculo sea igual a:

- el número anterior menos 1, o
- el dígito de las unidades de: 6 por el número anterior, o
- el dígito de las unidades de: 8 por el número anterior.

Por ejemplo, si en una casilla escribe 3, en la siguiente casilla puede escribir 2, 8 o 4.

El 1 ya aparece colocado. ¿Cómo puede completar los demás círculos?

Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay otras?



27.^a Competencia de MateClubes 2024

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 27 – 2 –

Localidad: Provincia:

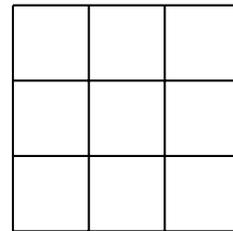
Integrantes:

1. Rafa quiere completar las casillas del tablero con dígitos 1, 2 o 3. Quiere que la suma de cualquiera de las filas y las columnas de como resultado 4 o 7.

¿De cuántas formas distintas puede completar la figura?

Explicar cómo las contaron. ¿Por qué no hay otras?

Aclaración: la suma de las filas y columnas puede dar siempre 4 o siempre 7 o 4 en algunas y 7 en otras.



2. Betty escribió en el pizarrón 11 enteros positivos de menor a mayor (puede haber números repetidos). Se tiene la siguiente información de la lista:

- La suma de todos los números es 110
- El sexto número es el 9.
- El número que más aparece es el 8.
- Ningún otro número aparece la misma cantidad de veces que el 8.

¿Cuál es el número más grande que pudo haber escrito Betty? ¿Por qué no puede ser mayor?

Dar una manera en la que Betty pudo haber escrito los números para obtener ese valor.

Nota: cuando contamos cuantas veces aparece un número, contamos los números completos, no los dígitos en esos números. Por ejemplo, si escribimos 18 no cuenta como un 8.

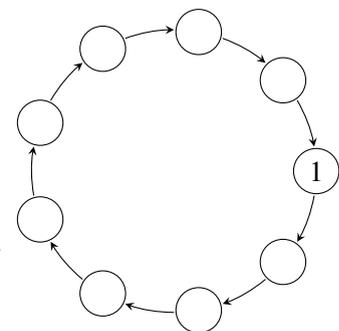
3. Mario quiere completar los círculos de la figura con los dígitos del 1 al 9, sin repetir. Quiere que el número que escribe en cada círculo sea igual a:

- el número anterior más 1, o
- el dígito de las unidades del doble del número anterior, o
- el dígito de las unidades del triple del número anterior.

Por ejemplo, si en una casilla escribe 7, en la siguiente casilla puede escribir 8, 4 o 1.

El 1 ya aparece colocado. ¿Cómo puede completar los demás círculos?

Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay otras?



27.^a Competencia de MateClubes 2024

Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

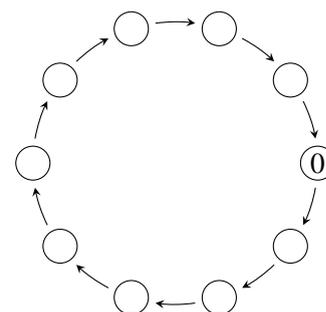
Nombre del Club: Código del club: 27 – 3 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Betty quiere completar los círculos de la figura con los dígitos del 0 al 9, sin repetir. Quiere que el número que escribe en cada círculo sea igual a:

- el número anterior más 1, o
- el dígito de las unidades del doble del número anterior, o
- el dígito de las unidades del triple del número anterior.



Por ejemplo, si en una casilla escribe 7, en la siguiente casilla puede escribir 8, 4 o 1.

El 0 ya aparece colocado. ¿Cómo puede completar los demás círculos?

Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay otras?

2. Betty escribe en el pizarrón un número de 4 dígitos.

Mario calcula el triple del número que escribió Betty, y escribe en el pizarrón el número formado por los últimos 4 dígitos del resultado.

Rafa calcula el triple del número que escribió Mario, y escribe en el pizarrón el número formado por los últimos 4 dígitos del resultado.

Luegon suman los 3 números escritos en el pizarrón.

Por ejemplo, si Betty escribe 8233, Mario escribe 4699 y Rafa escribe 4097. La suma total es 17029.

Quieren que la suma total sea un número mayor que 20000, y que sea un número lo más chico posible.

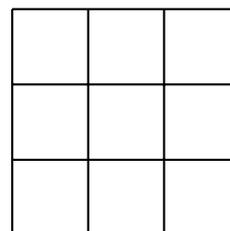
¿Qué número escribe Betty? ¿Cuál es la suma de los 3 números? ¿Por qué no puede ser menor?

3. Rafa escribió los números 1, 2, 3, 4 ó 5 en un tablero de 3×3 . Escribió una sola vez cada número, en casillas distintas, quedando 4 casillas sin ningún número.

Mario anotó en su cuaderno el número más grande que aparece en cada fila y en cada columna.

Si Mario escribió los cinco números del 1 al 5 (alguno de estos números lo anotó dos veces), ¿de cuántas maneras distintas pudo haber escrito Rafa los números?

Explicar cómo las contaron. ¿Por qué no hay otras?



27.^a Competencia de MateClubes 2024

Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 27 – 4 –
Localidad: Provincia:
Integrantes:

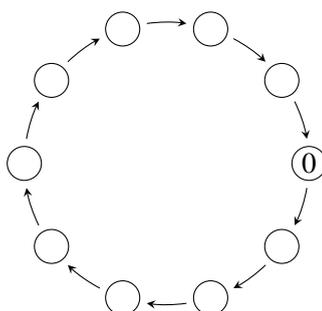
1. Mario quiere completar los círculos de la figura con los dígitos del 0 al 9, sin repetir. Quiere que el número que escribe en cada círculo sea igual a:

- el número anterior más 1, o
- el dígito de las unidades de: 4 por el número anterior, o
- el dígito de las unidades de: 7 por el número anterior.

Por ejemplo, si en una casilla escribe 3, en la siguiente casilla puede escribir 4, 2 o 1.

El 0 ya aparece colocado. ¿Cómo puede completar los demás círculos?

Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay otras?



2. Betty y Rafa juegan con un tablero de 9×6 . Rafa pinta en el tablero seis casillas que forman un rectángulo de 3×2 (horizontal o vertical).

Betty no sabe qué casillas pinto Rafa. El objetivo de Betty es acertar alguna casilla del tablero que esté pintada.

Cada vez que Betty elige una casilla, le tiene que dar a Rafa un caramelo y Rafa le dice si esa casilla está pintada o no. Repiten este juego hasta que Betty acierta una casilla pintada.

¿Cuántos caramelos necesita Betty darle a Rafa para conocer con certeza una casilla del tablero que esté pintada?

Mostrar que para la respuesta hallada, Betty siempre puede garantizarse encontrar una casilla pintada. Mostrar además que sin importar qué tan bien elija Betty las casillas, si le da menos caramelos puede darse la situación de que no encuentre una casilla pintada.

3. Betty escribe en el pizarrón dos o más números de menor a mayor y sin repetir del 1 al 10 inclusive. Betty observó que hay dos números del pizarrón A y B que cumplen que B es múltiplo de A . Por ejemplo, pudo haber escrito 4, 8, 9 ya que $B = 8$ es múltiplo de $A = 4$.

¿De cuántas maneras pudo haber escrito los números Betty? Explicar cómo las contaron.

27.^a Competencia de MateClubes 2024

Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 27 – 5 –
Localidad: Provincia:
Integrantes:

1. Betty escribe en el pizarrón un número de 4 dígitos.

Mario calcula el cuádruple del número que escribió Betty, y escribe en el pizarrón el número formado por los últimos 4 dígitos del resultado.

Rafa calcula el triple del número que escribió Mario, y escribe en el pizarrón el número formado por los últimos 4 dígitos del resultado.

Luegon suman los 3 números escritos en el pizarrón.

Por ejemplo, si Betty escribe 9532, Mario escribe 8128 y Rafa escribe 4384. La suma total es 22044.

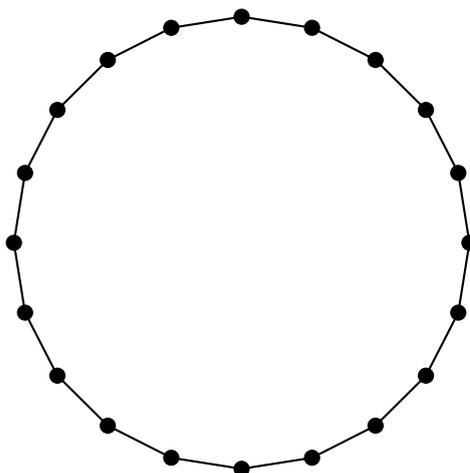
Quieren que la suma total sea un número mayor o igual que 20000, y que sea un número lo más chico posible.

¿Qué número escribe Betty? ¿Cuál es la suma de los 3 números?

2. Mario quiere colocar los números enteros $1, 2, \dots, 100$ en orden de manera que cada valor sea estrictamente más grande que todos los valores anteriores o estrictamente menor que todos los valores anteriores.

¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?

3. Rafa quiere dibujar un rectángulo dentro de un icosaágono regular de forma tal que cada uno de sus cuatro lados sea parte de un lado o una diagonal del icosaágono (puede abarcar solo una parte de una diagonal o un lado del icosaágono y no la diagonal o el lado completo).



¿De cuántas maneras distintas puede dibujar el rectángulo Rafa? Explicar cómo las contaron.

Nota: un icosaágono regular es un polígono regular de 20 lados, tiene sus 20 lados iguales y sus 20 ángulos iguales. Sus diagonales son todas las líneas que conectan sus vértices.