

# 25<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2022

## Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 25 – 1 – .....  
 Localidad: ..... Provincia: .....  
 Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar la figura con ocho números naturales distintos de manera tal que todas las cuentas resulten correctas.

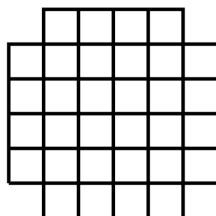
$$\begin{array}{ccccc}
 \square & \times & \square & = & \square \\
 & & & & \\
 \times & & & & + \\
 \square & & & & \square \\
 = & & & & = \\
 \square & + & \square & = & \square
 \end{array}$$

Quiere que el número de la esquina inferior derecha sea lo más chico posible.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que ese número sea menor?

**Aclaración.** Los números naturales son los números enteros positivos: 1, 2, 3, 4, 5, etc.

2. Mario piensa un número de 5 dígitos utilizando solo los dígitos 1, 2 y 3.  
 Andrés escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 1. Por ejemplo, si Mario pensó 32131, Andrés escribe 323.  
 Betty escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 2.  
 Carlos escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 3.  
 La suma de los números que escribieron Andrés, Betty y Carlos en el pizarrón es 4475. ¿Qué número pensó Mario? Dar todas las posibilidades.
3. Ana tiene seis monedas idénticas y desea poner cada una de ellas en una casilla del tablero de la figura, de tal manera que cada fila contenga exactamente una moneda y cada columna contenga exactamente una moneda.  
 ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo?



# 25<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2022

## Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 25 – 2 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar la figura con ocho números enteros positivos distintos de manera tal que todas las cuentas resulten correctas.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & \times & \square & = & \square & & \\
 & & & & & & \\
 & + & & & + & & \\
 & & & & & & \\
 \square & & & & \square & & \\
 & & & & & & \\
 = & & & & = & & \\
 & & & & & & \\
 \square & \times & \square & = & \square & & 
 \end{array}$$

Quiere que el número de la esquina inferior derecha sea lo más chico posible.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que ese número sea menor?

2. Mario piensa un número de 6 dígitos utilizando solo los dígitos 1, 2 y 3.

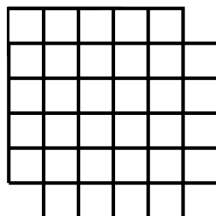
Andrés escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 1. Por ejemplo, si Mario pensó 321131, Andrés escribe 323.

Betty escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 2.

Carlos escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 3.

La suma de los números que escribieron Andrés, Betty y Carlos en el pizarrón es 34757. ¿Qué número pensó Mario? Dar todas las posibilidades.

3. Rafa tiene seis monedas idénticas y desea poner cada una de ellas en una casilla del tablero de la figura, de tal manera que cada fila contenga exactamente una moneda y cada columna contenga exactamente una moneda. ¿De cuántas maneras diferentes puede hacerlo?



# 25<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2022

## Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 25 – 3 – .....  
Localidad: ..... Provincia: .....  
Integrantes: .....

1. Rafa quiere completar la figura con ocho números enteros positivos distintos de manera tal que todas las cuentas resulten correctas.

$$\begin{array}{ccccc} \square & + & \square & = & \square \\ & & & & \\ & + & & & \times \\ & & & & \\ \square & & & & \square \\ & = & & & = \\ & & & & \\ \square & \times & \square & = & \square \end{array}$$

Quiere que el número de la esquina inferior derecha sea lo más chico posible.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que ese número sea menor?

2. Betty imprime una hoja con todos los números de 4 dígitos, desde 1000 hasta 9999. Mario subraya en la hoja todos los números que cumplen las siguientes cuatro condiciones:
- Todos los dígitos del número son distintos.
  - El segundo dígito es menor que el primer dígito.
  - El tercer dígito es mayor que el segundo dígito.
  - El cuarto dígito es menor que el tercer dígito.

Por ejemplo, subraya el número 5273 y no subraya el número 5237.

Hallar la cantidad total de números que subraya Mario.

3. Mario piensa un número de 7 dígitos utilizando solo los dígitos 1, 2, 3 y 4.

Andrés escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 1. Por ejemplo, si Mario pensó 4321231, Andrés escribe 43223.

Betty escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 2.

Carlos escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 3.

Diana escribe en el pizarrón el número que pensó Mario pero eliminando todos los dígitos 4.

La suma de los números que escribieron Andrés, Betty, Carlos y Diana en el pizarrón es 334110. ¿Qué número pensó Mario? Dar todas las posibilidades.

# 25<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2022

## Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 25 – 4 – .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Mario escribe en el pizarrón todo los números del 1 al 25 (incluyendo el 1 y el 25).

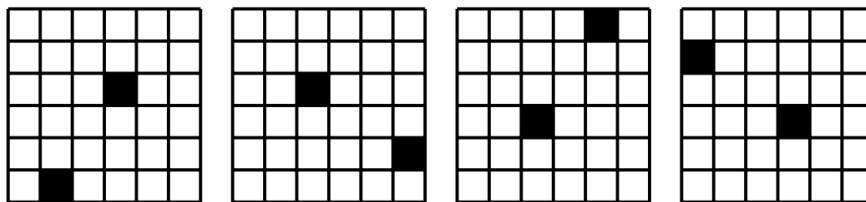
Betty pinta de rojo algunos de los números escritos. Rafa pinta de azul otros de los números escritos. No pueden pintar el mismo número de dos colores, y pueden quedar números sin pintar.

Quieren que el producto de todos los números rojos sea igual al producto de todos los números azules.

¿Cuál es la mayor cantidad de números que puede pintar Betty de rojo? ¿Por qué no puede pintar más números?

Para la cantidad hallada, mostrar un ejemplo de los números que pinta cada uno.

2. Ana tiene un tablero blanco de  $6 \times 6$  y desea pintar de negro dos casillas del tablero. Dos coloraciones que difieran en una rotación se consideran equivalentes, por ejemplo, las cuatro coloraciones que se ilustran en la figura son todas equivalentes:



¿De cuántas maneras no equivalentes puede Ana pintar su tablero?

3. Mario piensa un número entero positivo  $N$ .

Betty escribe en un cuaderno los nueve números

$$\begin{array}{lll}
 N, & N + 123, & N + 243, \\
 N + 1234, & N + 2345, & N + 67812, \\
 N + 84345, & N + 91621, & N + 874206,
 \end{array}$$

un número por renglón. Por ejemplo, si Mario piensa el número 27, Betty escribe en el primer renglón 27, en el segundo renglón 150, etc.

Rafa escribe al lado de cada número que escribió Betty, la suma de los dígitos de ese número. Por ejemplo, si Betty escribió 27 en el primer renglón, Rafa escribe 9 al lado de ese número.

Mario quiere que entre los 9 números que escribe Rafa haya la menor cantidad posible de números distintos y quiere elegir el número más chico posible con esa propiedad.

¿Cuál es la menor cantidad de números distintos que puede haber entre los 9 números que escribe Rafa? ¿Por qué no puede haber menos números distintos? ¿Cuál es el menor número que puede elegir Mario para que Rafa escriba esa cantidad de números distintos?

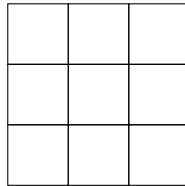
# 25<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2022

## Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 25 – 5 – .....  
 Localidad: ..... Provincia: .....  
 Integrantes: .....

1. Rafa coloca una ficha en una casilla de la figura. Luego la mueve reiteradamente pasando de una casilla a otra vecina (con la que comparte un lado). Quiere pasar por cada casilla exactamente una vez. ¿De cuántas maneras lo puede hacer?



2. Mario piensa un número entero positivo  $N$ .  
 Betty escribe en un cuaderno los nueve números

|             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| $N$         | $N + 123$    | $N + 243$    |
| $N + 1234$  | $N + 6121$   | $N + 9325$   |
| $N + 56412$ | $N + 684532$ | $N + 874206$ |

un número por renglón.

Por ejemplo, si Mario piensa el número 27, Betty escribe en el primer renglón 27, en el segundo renglón 150, etc.

Rafa escribe al lado de cada número que escribió Betty, la suma de los dígitos de ese número. Por ejemplo, si Betty escribió 27 en el primer renglón, Rafa escribe 9 al lado de ese número.

Mario quiere elegir su número  $N$  de forma tal que entre los 9 números que escribe Rafa haya alguno en particular que se repita la mayor cantidad posible de veces. Rafa le da a Mario tantos caramelos como veces se repita el número que más veces aparece en la lista de Rafa.

¿Cuántos caramelos puede recibir Rafa como máximo? ¿Por qué no puede recibir más caramelos? ¿Cuál es el número más chico que debe pensar Rafa para recibir esa cantidad de caramelos?

3. Ana y Beto piensan cada uno por separado un número entero del 1 al 400 y se lo dicen en secreto a Carla. Carla calcula el cociente y el resto de la división del mayor de los dos números con el menor. Carla enuncia los dos valores en voz alta, aclarando cuál es el cociente y cuál es el resto. Por ejemplo, si Ana dice 111 y Beto dice 10, Carla dice cociente 11 y resto 1. A continuación, Ana dice en voz alta que no puede determinar el número de Beto. Luego, Beto (habiendo escuchado a Ana) dice en voz alta que no puede determinar el número de Ana. Si el cociente que calculó Carla fue 3, ¿cuáles son los posibles números que pensaron Ana y Beto? Dar todas las posibilidades.