

26^a Competencia de MateClubes 2023

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 26 – 1 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Betty quiere elegir una contraseña para la nueva red social MateSocial. La misma debe estar formada únicamente por letras A y B , pero además tiene que seguir algunas reglas. La contraseña debe tener exactamente 8 letras y debe usar ambas letras. Además, cada bloque de A 's consecutivas debe tener longitud par, y cada bloque de B 's consecutivas debe tener longitud par.

¿Cuántas contraseñas distintas puede elegir Betty? Explicar cómo las contaron.

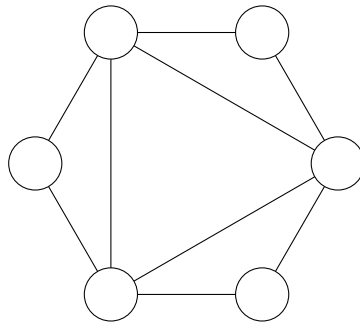
2. Betty escribe los números del 1 al 6 uno en cada uno de los círculos de la figura, sin repetir.

Luego, escribe dentro de cada uno de los cuatro triángulos que se ven en la figura, la suma de los vértices de cada uno de esos triángulos.

Rafa calcula la suma de los 4 números que escribió Betty en los triángulos y anota el resultado en un papel.

El número que escribió Rafa en el papel es múltiplo de 5. ¿Qué número puede ser? Dar todas las posibilidades.

Para cada posibilidad, mostrar una forma de completar los 6 círculos.



3. Mario escribe en el pizarrón algunos números del 1 al 4, de menor a mayor. Todos los números que escribe Mario son distintos entre sí. Betty escribe en el siguiente renglón del pizarrón algunos números distintos del 1 al 4, de menor a mayor. Todos los números que escribe Betty son distintos entre sí.

La suma de los números que escribió Mario es menor que la suma de los números que escribió Betty.

Rafa anota en su cuaderno el producto de la cantidad de números que escribió cada uno. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, 4, y Betty 2, entonces Rafa anota $3 \times 1 = 3$.

Sole anota en su cuaderno el producto entre la cantidad de números distintos escritos en el pizarrón, y la cantidad de números repetidos entre los dos renglones. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, 4, y Betty 2, entonces Sole anota $3 \times 1 = 3$ porque hay 3 números distintos entre los dos renglones, y solamente 1 repetido.

Juan observó que si le suma 1 al número de Sole obtiene el número de Rafa. ¿De cuántas maneras pudieron haber escrito los números Mario y Betty? Explicar cómo las contaron.

26^a Competencia de MateClubes 2023

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 26 – 2 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

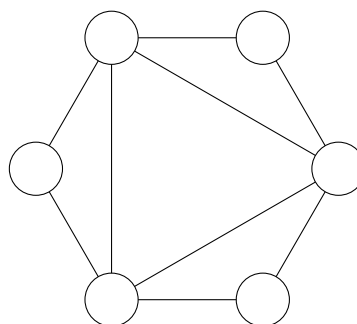
1. Betty quiere elegir una contraseña para la nueva red social MateSocial. La misma debe estar formada únicamente por letras A y B , pero además tiene que seguir algunas reglas. La contraseña debe tener exactamente 10 letras y debe usar ambas letras. Además, cada bloque de A 's consecutivas debe tener longitud par, y cada bloque de B 's consecutivas debe tener longitud impar.

¿Cuántas contraseñas distintas puede elegir Betty? Explicar cómo las contaron.

2. Betty escribe los números del 1 al 6 uno en cada uno de los círculos de la figura, sin repetir.

Luego, escribe dentro de cada uno de los cuatro triángulos que se ven en la figura, la suma de los vértices de cada uno de esos triángulos.

Betty quiere que entre los cuatro números que escribió en los triángulos, alguno de esos números aparezca repetido la mayor cantidad posible de veces.



- a) ¿Cuál es la mayor cantidad de veces que puede aparecer repetido un número entre los cuatro números que escribió Betty dentro de los triángulos? ¿Cómo completa los círculos para lograrlo? ¿Por qué no puede obtener más?
- b) Para la cantidad encontrada en a), ¿cuáles son todos los posibles valores que puede escribir Betty en el triángulo grande central? ¿Por qué no puede escribir otros? Para cada valor posible, mostrar cómo pudo haber colocado los números Betty.

3. Mario escribe en el pizarrón algunos números del 1 al 5, de menor a mayor. Todos los números que escribe Mario son distintos entre sí. Betty escribe en el siguiente renglón del pizarrón algunos números distintos del 1 al 5, de menor a mayor. Todos los números que escribe Betty son distintos entre sí.

Rafa anota en su cuaderno el producto de la cantidad de números que escribió cada uno. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, y Betty 2, 3, 4, 5, entonces Rafa anota $2 \times 4 = 8$.

Sole anota en su cuaderno el producto entre la cantidad de números distintos escritos en el pizarrón, y la cantidad de números repetidos entre los dos renglones. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, y Betty 2, 3, 4, 5, entonces Sole anota $5 \times 1 = 5$ porque hay 5 números distintos entre los dos renglones, y solamente 1 repetido.

Juan observó que si le suma 2 al número de Sole obtiene el número de Rafa. ¿De cuántas maneras pudieron haber escrito los números Mario y Betty? Explicar cómo las contaron.

26^a Competencia de MateClubes 2023

Ronda Final – Tercer Nivel

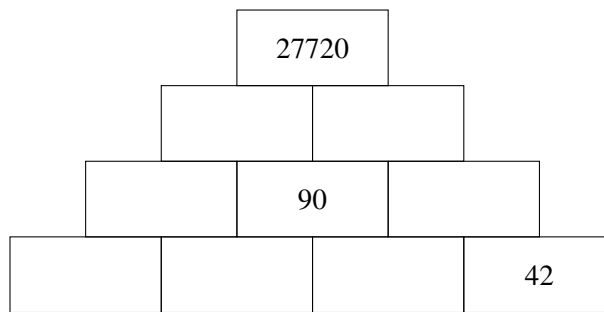
- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 26 – 3 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Betty quiere completar los casilleros vacíos de la figura de tal forma que cada número sea el mínimo común múltiplo de los dos números que se encuentran inmediatamente abajo suyo. Además, quiere que cada número sea distinto a los dos que están debajo suyo. ¿De cuántas formas puede hacerlo? Explicar cómo las contaron.



Aclaración: El mínimo común múltiplo de dos números es el número más chico que es múltiplo de los dos números. Por ejemplo, el mínimo común múltiplo de 12 y 8 es 24.

2. Ana, Beto, Carla, Daniela, Eric y Franco fueron al cine y se sentaron en 6 sillas juntas en ese orden. Luego del intervalo, regresaron a sus sillas y se sentaron nuevamente en las mismas 6 sillas de forma tal que si dos personas que antes del intervalo se habían sentado una al lado de la otra, luego del intervalo no se sentaron una al lado de la otra. ¿De cuántas maneras pudieron haberse sentado después del intervalo? Explicar cómo las contaron.
3. Betty y Mario juegan al siguiente juego: Betty tiene un mazo de 101 cartas donde hay 100 cartas numeradas del 1 al 100 y la carta restante está repetida. Mario debe adivinar cuál es la carta que se repite. Para ello Betty le da una pista: le dice que el producto de todas las cartas del mazo es múltiplo de 2^{100} .

¿Puede Mario con esta pista saber qué número tiene la carta repetida?

¿Y si ahora Betty también le dice que la suma del número de la carta repetida, su anterior y su posterior es un cuadrado perfecto?

En cada pregunta, si la respuesta es no, dar todas las posibles cartas repetidas. En el caso de que la respuesta sea sí, explicar el porqué.

Aclaración: un cuadrado perfecto es un número que es igual a otro número entero al cuadrado. Por ejemplo 25 es un cuadrado perfecto porque 5 al cuadrado es 25.

26^a Competencia de MateClubes 2023

Ronda Final – Cuarto Nivel

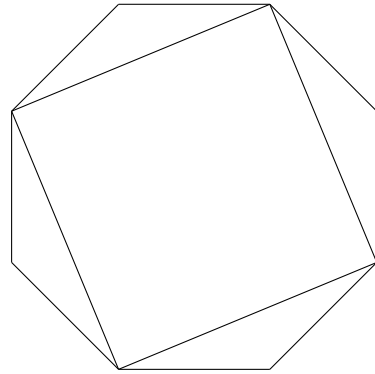
- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 26 – 4 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Betty colocó los números del 1 al 8 en los vértices del siguiente octógono regular, sin repeticiones. A continuación, Mario escribió dentro del cuadrado y de cada uno de los cuatro triángulos, la suma de sus vértices. Se sabe que los números que escribió Mario son cinco números consecutivos.



¿Cuáles son todos los posibles valores que pudo haber escrito Mario en el cuadrado central? Para cada uno de esos valores, mostrar alguna forma en que pudo haber colocado los números Betty.

2. Mario escribe en el pizarrón algunos números del 1 al 6, de menor a mayor. Todos los números que escribe Mario son distintos entre sí. Betty escribe en el siguiente renglón del pizarrón algunos números distintos del 1 al 6, de menor a mayor. Todos los números que escribe Betty son distintos entre sí.

Rafa anota en su cuaderno el producto de la cantidad de números que escribió cada uno. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, 4, y Betty 2, 3, 4, 5, 6, entonces Rafa anota $3 \times 5 = 15$.

Sole anota en su cuaderno el producto de la cantidad total de números distintos escritos en el pizarrón, y la cantidad de números que aparecen repetidos en los dos renglones. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, 4, y Betty 2, 3, 4, 5, 6, entonces Sole anota $6 \times 2 = 12$ porque hay 6 números distintos entre los dos renglones, y solamente 2 repetidos.

Juan observó que si se le suma 2 al número que escribió Sole, obtiene el número que escribió Rafa.

¿De cuántas maneras pudieron haber escrito los números Mario y Betty? Explicar cómo las contaron.

3. Rafa le dice en secreto a cada uno de sus 4 amigos un número de dos dígitos. Rafa les comunica a los 4 que los 4 números tienen dos dígitos y son consecutivos, además uno es múltiplo de 6, y otro es múltiplo de 7.

Rafa les pregunta: ¿Pueden decirme cuáles son los 4 números? Los 4 amigos, todos al mismo tiempo, le contestaron que no.

Habiendo escuchado que todos dijeron que no, los 4 amigos pudieron deducir cuáles eran los 4 números que Rafa les entregó.

¿Cuáles podrían haber sido esos 4 números? ¿Cómo los encontraron? Dar todas las posibilidades, y explicar para las encontradas la razón por la cuál ninguno de los 4 amigos pudo haber deducido los números, pero luego de los “no” en simultáneo sí pudieron.

26^a Competencia de MateClubes 2023

Ronda Final – Quinto Nivel

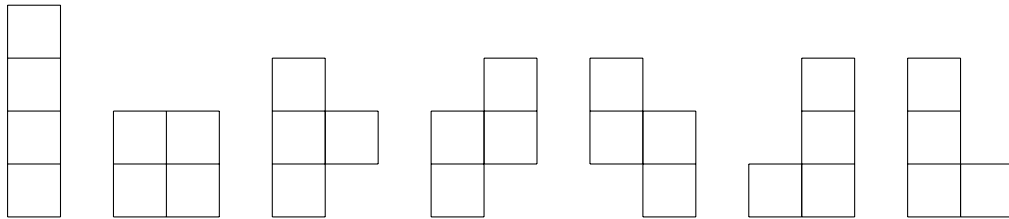
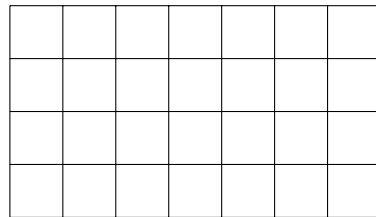
- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 26 – 5 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Betty tiene dos tableros de 4×7 como el de la figura y dos copias de cada una de las siete fichas siguientes. Cada ficha tiene un lado pintado de rojo y otro lado pintado de azul. Todas las fichas se pueden rotar, y se muestra el lado rojo para arriba.



Determinar si Betty puede cubrir sus dos tableros usando las catorce fichas, sin que estas se superpongan ni queden huecos, de forma que sólo muestren su lado rojo.

2. Rafa le dice en secreto a cada uno de sus 6 amigos un número menor a 10000. Rafa les comunica a los 6 que los 6 números son consecutivos, que uno es múltiplo de 11, que otro es múltiplo de 12, y que otro es múltiplo de 13.

Rafa les pregunta: ¿Pueden decirme cuáles son los 6 números? Los 6 amigos, todos al mismo tiempo, le contestaron que no.

Habiendo escuchado que todos dijeron que no, los 6 amigos pudieron deducir cuáles eran los 6 números que Rafa les entregó. ¿Cuáles podrían haber sido esos 6 números? ¿Cómo los encontraron? Dar todas las posibilidades, y explicar para las encontradas la razón por la cuál ninguno de los 6 amigos pudo haber deducido los números, pero luego de los “no” en simultáneo sí pudieron.

3. Mario escribe en el pizarrón algunos números del 1 al 7, de menor a mayor. Todos los números que escribe Mario son distintos entre sí. Betty escribe en el siguiente renglón del pizarrón algunos números distintos del 1 al 7, de menor a mayor. Todos los números que escribe Betty son distintos entre sí.

Rafa anota en su cuaderno el producto de la cantidad de números que escribió cada uno. Por ejemplo, si Mario escribe 1, 2, 3 y Betty 2, 3, 6, 7, entonces Rafa anota $3 \times 4 = 12$.

Sole anota en su cuaderno el producto de la cantidad total de números distintos escritos en el pizarrón, y la cantidad de números que aparecen repetidos en los dos renglones. Por ejemplo, escribe 1, 2, 3 y Betty 2, 3, 6, 7, Sole anota $2 \times 5 = 10$ porque hay 5 números distintos entre los dos renglones, y solamente 2 repetidos.

Juan observó que si se le suma 3 al número que escribió Sole, obtiene el número que escribió Rafa.

¿De cuántas maneras pudieron haber escrito los números Mario y Betty? Explicar cómo las contaron.