



PRIMER NIVEL

XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Determinar todos los números de cinco dígitos $abcde$, divisibles por 9 y tales que $ace - bda = 760$, donde ace y bda son dos números de tres dígitos cada uno.

Nota. Los dígitos de $abcde$ no son necesariamente distintos.

Problema 2

En la pantalla de la computadora de Uriel se muestran inicialmente los 20 números

$$1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^7, 3^8, 3^9, 3^{10}, 3^{11}, 3^{12}, 3^{13}, 3^{14}, 3^{15}, 3^{16}, 3^{17}, 3^{18}, 3^{19}.$$

En cada paso, Uriel debe seleccionar exactamente 5 números de la pantalla y la computadora, de inmediato, reemplazará a cada uno de ellos por el resultado de multiplicar por 3 ese mismo número. Describir una secuencia de pasos con los que Uriel obtenga, finalmente, 20 números iguales en su pantalla.

Problema 3

El heptágono $ABCDEFG$, de lados $AB = BC = CD = DE = EF = FG = GA = 2$, tiene $\hat{D}EF = 120^\circ$, $\hat{G}AB = \hat{A}BC = \hat{C}DE = \hat{E}FG$ y $\hat{B}CD = \hat{F}GA = 90^\circ$. Además, hay un punto P en el interior del heptágono tal que $PA = PB = PD = PE = PF = 2$. Calcular el área del heptágono.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).



SEGUNDO NIVEL
XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA
CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Nacho tiene 30 tarjetas. En cada una de ellas escribió un número entero positivo con todos sus factores primos menores que 10. Luego ubicó las tarjetas boca abajo. Lola debe sacar la menor cantidad posible de tarjetas de modo que, cualesquiera que sean los números escritos por Nacho, siempre pueda encontrar entre las elegidas dos tales que la multiplicación de sus números sea un cuadrado perfecto. Determinar cuántas tarjetas debe sacar Lola y explicar por qué tendrá la certeza de que habrá entre las elegidas dos tarjetas tales que la multiplicación de sus números es un cuadrado.

Problema 2

a) Con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (sin repeticiones) se escriben listas de cinco números de dos dígitos cada uno que sean múltiplos de 3. En cada lista los números se ordenan de menor a mayor. (Una posible lista es: 30, 42, 51, 87, 96.) Determinar la cantidad de listas que es posible escribir.

b) Con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (sin repeticiones) se escriben listas de cinco números de dos dígitos cada uno tales que ninguno sea múltiplo de 3. En cada lista los números se ordenan de menor a mayor. (Una posible lista es: 23, 41, 56, 70, 89.)

Determinar la cantidad de listas que es posible escribir.

Problema 3

Se tienen dos cuadrados del mismo tamaño, $ABCD$ y $EFGH$, ubicados uno en el exterior del otro, de manera que C es el punto medio del lado EF y los puntos B, F, G están alineados, con F entre B y G . La recta BC corta al lado EH en K y la recta AC corta al lado GH en M . Sea L el punto medio de GH . Calcular las medidas de los ángulos del cuadrilátero $CKLM$.

Nota. Los lados de los cuadrados son AB, BC, CD, AD y EF, FG, GH, EH , respectivamente.

**EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O
JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).**



TERCER NIVEL

XXXIX OLIMPIADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Una sucesión creciente de números naturales se dice *impar-par* si cada término en una posición impar es impar y cada término en una posición par es par. Todas las sucesiones crecientes *impar-par* cuyos términos son menores o iguales que 4 son: $\{1\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,4\}$, $\{3,4\}$, $\{1,2,3\}$ y $\{1,2,3,4\}$. Determinar la cantidad de sucesiones crecientes *impar-par* cuyos términos son menores o iguales que 10.

Nota. Una sucesión se dice *creciente* si cada término es mayor que el término que lo precede.

Problema 2

Hallar todos los pares de enteros (a,b) , con $a \neq 0$ y $b \neq 0$, tales que $(2a^2 + b)^3 = b^3 a$.

Problema 3

Sea ABC un triángulo rectángulo en A . Entre todos los puntos P en el perímetro del triángulo, hallar la posición de P tal que la suma $AP + BP + CP$ sea mínima.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).