

## XII Olimpiada Matemática Rioplatense

San Isidro – 10 de diciembre de 2003

Nivel 3 – Primer Día

Versión en Español

- (1) Sean  $x, y, z$  números reales positivos tales que  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ . Pruebe que

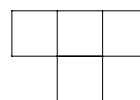
$$x^2yz + xy^2z + xyz^2 \leq \frac{1}{3}.$$

- (2) Sea  $ABC$  un triángulo inscrito en una circunferencia  $\Gamma$ . Sea  $\Gamma_a$  una circunferencia tangente internamente a  $\Gamma$  y a los lados  $AB$  y  $AC$ . Sea  $A'$  el punto de tangencia de  $\Gamma$  y  $\Gamma_a$ . Defina  $B'$  y  $C'$  de modo análogo. Pruebe que  $AA', BB'$  y  $CC'$  son concurrentes.

- (3) Un tablero de  $8 \times 8$  se quiere embaldosar (completamente cubierto y sin superposición) con piezas de los dos tipos siguientes:



rectángulo  $1 \times 3$



tetraminó en forma de **T**

El rectángulo  $1 \times 3$  cubre exactamente tres casillas del tablero y el tetraminó cubre exactamente cuatro casillas.

- (a) ¿Cuál es el número máximo de piezas se pueden usar?  
 (b) ¿De cuántas maneras es posible embaldosar el tablero usando el número máximo del item (a)?

Duración:  $3\frac{1}{2}$  horas