

XII Olimpiada Matemática Rioplatense

San Isidro – 10 de diciembre de 2003

Nivel 3 – Primer Día

Versión en Español

- (1) Sean x, y, z números reales positivos tales que $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Pruebe que

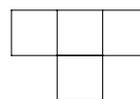
$$x^2yz + xy^2z + xyz^2 \leq \frac{1}{3}.$$

- (2) Sea ABC un triángulo inscrito en una circunferencia Γ . Sea Γ_a una circunferencia tangente internamente a Γ y a los lados AB y AC . Sea A' el punto de tangencia de Γ y Γ_a . Defina B' y C' de modo análogo. Pruebe que AA', BB' y CC' son concurrentes.

- (3) Un tablero de 8×8 se quiere embaldosar (completamente cubierto y sin superposición) con piezas de los dos tipos siguientes:



rectángulo 1×3



tetraminó en forma de **T**

El rectángulo 1×3 cubre exactamente tres casillas del tablero y el tetraminó cubre exactamente cuatro casillas.

- (a) ¿Cuál es el número máximo de piezas se pueden usar?
 (b) ¿De cuántas maneras es posible embaldosar el tablero usando el número máximo del item (a)?

Duración: $3\frac{1}{2}$ horas