

XXXª OLIMPIADA de MAYO
Primer Nivel
Mayo de 2024



Duración de la prueba: 3 horas.

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 30 de mayo.

PROBLEMA 1

Hallar todos los números de dos cifras que cumplen la siguiente condición: si multiplicamos sus dos cifras, el resultado es igual a la mitad del número.

Por ejemplo, 24 no cumple la condición, porque $2 \cdot 4 = 8$ y 8 no es la mitad de 24.

PROBLEMA 2

Un número es *especial* si su cifra de las decenas es un 9. Por ejemplo, 499 y 1092 son especiales, pero 509 no lo es.

Diego tiene varias tarjetas. En cada una de ellas escribió un número especial (puede escribir el mismo número en más de una tarjeta). Al sumar los números de las tarjetas, el resultado es 2024. ¿Cuál es la menor cantidad de tarjetas que puede tener Diego?

Dar un ejemplo con esa cantidad de tarjetas y explicar por qué con menos tarjetas es imposible que la suma sea igual a 2024.

PROBLEMA 3

Beto tiene un tablero cuadrículado en el que la cantidad de filas y la cantidad de columnas son números consecutivos (por ejemplo, 30 y 31).

Ana tiene fichas rectangulares de dos colores y tamaños diferentes: las fichas rojas son de 5×7 y las fichas azules son de 3×5 .

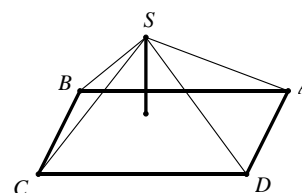
Ana se dio cuenta de que ella puede cubrir todas las casillas del tablero de Beto usando únicamente fichas rojas, que se pueden girar, pero no superponerse ni salirse del tablero. Después, se dio cuenta de que también puede hacer lo mismo usando únicamente fichas azules.

¿Cuál es la mínima cantidad de casillas que puede tener el tablero de Beto?

PROBLEMA 4

Un náufrago está construyendo una balsa rectangular $ABCD$. Fija un mástil perpendicular a la balsa con sogas que pasan por el extremo de arriba del mástil (el punto S de la figura) y van a las cuatro esquinas de la balsa. La soga SA mide 8 metros, la soga SB mide 2 metros y la soga SC mide 14 metros.

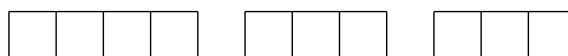
Calcular la longitud de la soga SD .



PROBLEMA 5

La batalla naval se juega en un tablero cuadrículado de 10×10 . Una *flota* consta de 10 “barcos”: uno que ocupa 4 casillas del tablero, dos que ocupan 3 casillas, tres que ocupan 2 casillas y cuatro que ocupan 1 casilla (ver figura).

Los barcos se pueden colocar en posición



horizontal o vertical, pero no está

permitido que dos barcos se toquen, ni siquiera en una esquina.



¿Se puede, respetando las reglas, colocar dos flotas en el mismo tablero?