IX OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
PRIMER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Determinar el menor número entero positivo M tal que

- las dos primeras cifras de M son 2 y 1, en ese orden,
- las dos últimas cifras de M son 2 y 4, en ese orden, y
- M es un múltiplo de 2124 mayor que 2124.

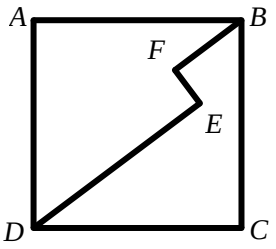
Problema 2

Con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 Bruno realiza el siguiente procedimiento: Primero reordena los diez dígitos (pueden quedar como están). Luego calcula las ocho sumas de tres dígitos consecutivos del reordenamiento. Finalmente anota la mayor de esas ocho sumas. Determinar el mínimo valor que puede anotar Bruno. Dar un reordenamiento para ese valor y explicar por qué no puede ser menor.

Nota. Si el reordenamiento de Bruno es 2, 0, 1, 5, 3, 4, 8, 9, 6, 7 entonces los resultados de las ocho sumas que calcula Bruno son 3, 6, 9, 12, 15, 21, 23, 22 y anota 23.

Problema 3

En la figura se muestra una línea quebrada $DEFB$ en el interior del cuadrado $ABCD$. Se sabe que DE es perpendicular a EF y EF es perpendicular a FB. Si $DE = 5$, $EF = 1$ y $FB = 2$, calcular la longitud del lado del cuadrado $ABCD$.



IX OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
SEGUNDO NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Alex y Bea juegan al siguiente juego: Alex elige 181 números enteros. A continuación, Bea elige 19 de los números de Alex, eleva al cuadrado cada uno de ellos y suma los 19 cuadrados. Si esta suma es un múltiplo de 19, gana Bea, si no, gana Alex. Determinar si Alex puede elegir los 181 números de modo que a Bea le sea imposible ganar.

Problema 2

Hallar todos los tríos (a, b, c) de números enteros positivos tales que

$$a \le b \le c \text{ y } \left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right)=2.$$

Problema 3

Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo tal que $C\hat{A}B = 40^{\circ}$, $C\hat{A}D = 30^{\circ}$, $D\hat{B}A = 75^{\circ}$ y $D\hat{B}C = 25^{\circ}$. Hallar $B\hat{D}C$.

Nota. Un cuadrilátero es convexo si sus lados no se entrecruzan y todos sus ángulos miden menos de 180º.

IX OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
TERCER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Sea n un número entero positivo que tiene exactamente cuatro divisores: 1, a, b y n.
Si $n+1=5(a+b)$, hallar todos los posibles valores de n.

Problema 2

Julián tiene en la mano un mazo con 52 cartas, todas boca abajo, y realiza la siguiente operación: toma las primeras 7 cartas del mazo, las da vuelta, y las coloca al fondo del mazo (esas 7 ahora están boca arriba). Así las 52 cartas están nuevamente en una única pila, algunas boca abajo y otras boca arriba. Julián repite esta operación: "toma las 7 cartas de arriba, las da vuelta y las coloca al fondo del mazo".
Determinar la menor cantidad de operaciones que debe hacer para lograr que todas las cartas vuelvan a quedar boca abajo (como al inicio del juego).

Problema 3

Sea ABC un triángulo con $AC=6$, $BC=2$ y $A\widehat{C}B=120^{\circ}$. La bisectriz del ángulo $A\widehat{C}B$ corta al lado AB en D. Determinar la longitud del segmento CD.