VII OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
PRIMER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Del conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ hay que elegir seis dígitos y, con esos seis dígitos, formar los 30 números de dos dígitos distintos de modo que haya entre ellos la mayor cantidad posible de números primos.
Dar un ejemplo de un conjunto que cumple esta condición y explicar por qué no es posible hallar conjuntos con los que se formen más números primos.

Problema 2

Un libro contiene 100 páginas numeradas del 1 al 100 (cada hoja tiene 2 números consecutivos de páginas). Se arrancaron varias hojas de modo que la suma de los números de las páginas que no se arrancaron es igual a 4949.
Determinar cuántas hojas se arrancaron y, de entre todas las posibles hojas que se arrancaron, dar la que contiene los números de páginas más grandes.

Problema 3

Sea *ABCD* un paralelogramo con A menor que 90°. Sea *E* un punto en la recta *AB*, con *B* entre *A* y *E*, tal que $CE = CB$. Sea *F* un punto en la recta *BC*, con *B* entre *C* y *F*, tal que $AB = AF$.

Calcular el cociente $\dfrac{DE}{DF}$.

VII OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
SEGUNDO NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Sea N un número entero positivo tal que la suma de los dígitos de N es igual a 2017. Determinar si existe un número entero positivo K tal que la suma de los diez números enteros positivos consecutivos que comienza en K es igual a N, es decir,

$$K+K+1+K+2+K+3+K+4+K+5+K+6+K+7+K+8+K+9=N$$

Si la respuesta es sí, dar un ejemplo. Si es no, justificar el por qué.

Problema 2

En cada casilla de un tablero de 5×5 hay escrito un número real de modo que se cumplen las siguientes reglas:

- Puede haber números repetidos.
- En ninguna fila y en ninguna columna los cinco números son iguales.
- En cada fila, el número central (el tercero) es igual al promedio de los cinco números de su fila y en cada columna el número central (el tercero) es igual al promedio de los cinco números de su columna.

Determinar la menor cantidad de números que son menores que el número escrito en la casilla central del tablero y dar un ejemplo de un tablero que cumple las condiciones.

Problema 3

Sea $ABCD$ un cuadrilátero tal que $AB=2CD$. La diagonal AC es perpendicular al lado BC y la diagonal BD es perpendicular al lado AD.
Determinar el ángulo que forman las diagonales.

VII OLIMPÍADA MATEMÁTICA URBANA METROPOLITANA
TERCER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:.....

LOCALIDAD:.....

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

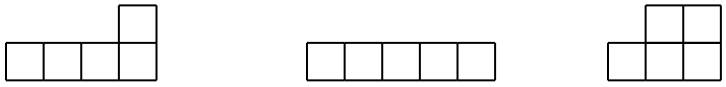
LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

El número 2401 se escribe como la suma de 25 números enteros positivos. Determinar el mínimo valor que puede tomar el mínimo común múltiplo de los 25 números.

Problema 2

Se tiene un tablero de 16×16 y 13 colores diferentes. Con cada uno de los colores se pinta una *cadena* de cinco casillas a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 con la condición que a_i y a_{i+1} tengan un lado común. Por ejemplo:



Las cadenas que se pintan pueden ser de distintas formas.

a) Demostrar que una recta paralela a un lado del tablero y que pase por los centros de 16 casillas corta al menos tres cadenas coloreadas.

b) Decidir si lo mismo ocurre si se pintan solo 12 cadenas.

Problema 3

Sean *P*, *Q*, *R*, *S* cuatro puntos en una misma recta horizontal, en ese orden de izquierda a derecha. Hay que construir un cuadrado *ABCD* tal que *P* pertenezca a la recta *AD*, *Q* pertenezca a la recta *BC*, *R* pertenezca a la recta *AB* y *S* pertenezca a la recta *CD*.

Indicar los pasos de la construcción.