

SEGUNDO PRETORNEO 2019 JUVENIL

1. Consideramos una lista de números enteros positivos que sumados en total dan 20 y tales que ninguno de los números sea 3 y ninguna suma de algunos números que sean consecutivos en la lista valga 3. Determinar si es posible que la lista contenga más de 10 números. Si la respuesta es sí, dar un ejemplo de tal lista; si es no, explicar porqué.
NOTA: La lista puede tener números repetidos.

4 PUNTOS

2. Alrededor de una circunferencia hay distribuidas $2n + 1$ monedas todas iguales. Al comienzo, todas las monedas muestran la cara. Recorriendo la circunferencia en el sentido de las agujas del reloj se efectúan $2n + 1$ cambios en el estado de las monedas (las cara pasan a cecas y viceversa): se cambia una moneda, la moneda siguiente, no se toca, se cambia la moneda que sigue, las dos monedas siguientes, no se tocan, se cambia la moneda que sigue, las siguientes tres monedas, no se tocan, se cambia la moneda que sigue, y así siguiendo hasta que finalmente se hayan salteado $2n$ monedas y la que sigue se haya cambiado. Demostrar que al finalizar este procedimiento, hay exactamente una moneda que quede en ceca.

5 PUNTOS

3. Se tienen dos números a y b con a menor o igual que b , tales que la suma $a + b$ es un divisor de la multiplicación ab . Demostrar que $a + b$ es menor o igual que a^2 .

5 PUNTOS

4. Un mago y su asistente realizan el siguiente truco. Hay 12 cajas vacías y cerradas en una fila. El mago abandona la habitación y una persona del público elige dos cajas y esconde en cada una de ellas una moneda, dejando la fila en la misma forma en la que estaba, pero el asistente conoce cuáles son las dos cajas que tienen monedas. El mago regresa a la habitación y el asistente puede abrir una caja que se encuentre vacía. A continuación, el mago elige cuatro cajas que se abren simultáneamente. El objetivo del mago es que entre esas cuatro cajas estén las dos que contienen monedas. Desarrollar un método que les permita al mago y su asistente conseguir siempre el objetivo del truco.

6 PUNTOS

INFORMACIÓN GENERAL

- 0. ESTA PRUEBA ES LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2019 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2020.**

- 1. EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.
EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.**

- 2. LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.**

- 3. LA PRUEBA DURA 3 HORAS.**

- 4. NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.**

- 5. AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.**

- 6. PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.**

- 7. PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.**

- 8. LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.**

SEGUNDO PRETORNEO 2019 MAYOR

1. Se tiene un hexágono regular y un punto en su interior tal que las distancias desde ese punto a tres vértices consecutivos del hexágono valen 1, 1 y 2 respectivamente. Determinar la longitud del lado del hexágono.

4 PUNTOS

2. Demostrar que cualquier triángulo se puede dividir en 2019 cuadriláteros tales que cada cuadrilátero tenga una circunferencia inscrita y una circunferencia circunscrita.

NOTA: Un cuadrilátero tiene una circunferencia inscrita si y solo si la suma de dos lados opuestos es igual a la suma de los otros dos lados opuestos.

Un cuadrilátero tiene una circunferencia circunscrita si y solo si la suma de dos ángulos opuestos es igual a 180° .

5 PUNTOS

3. Un mago y su asistente realizan el siguiente truco. Hay 12 cajas vacías y cerradas en una fila. El mago abandona la habitación y una persona del público elige dos cajas y esconde en cada una de ellas una moneda, dejando la fila en la misma forma en la que estaba, pero el asistente conoce cuáles son las dos cajas que tienen monedas. El mago regresa a la habitación y el asistente puede abrir una caja que se encuentre vacía. A continuación, el mago elige cuatro cajas que se abren simultáneamente. El objetivo del mago es que entre esas cuatro cajas estén las dos que contienen monedas. Desarrollar un método que les permita al mago y su asistente conseguir siempre el objetivo del truco.

5 PUNTOS

4. Consideramos una lista de números enteros positivos que sumados en total dan 2019 y tales que ninguno de los números sea 40 y ninguna suma de algunos números que sean consecutivos en la lista valga 40. Determinar cuál es la mayor cantidad de números que puede haber en la lista.

NOTA: La lista puede tener números repetidos.

6 PUNTOS

INFORMACIÓN GENERAL

- 0. ESTA PRUEBA ES LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2019 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2020.**

- 1. EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.
EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2019, INCLUSIVE.**

- 2. LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.**

- 3. LA PRUEBA DURA 3 HORAS.**

- 4. NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.**

- 5. AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.**

- 6. PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.**

- 7. PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.**

- 8. LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 41° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.**