



Torneo Geometría e Imaginación

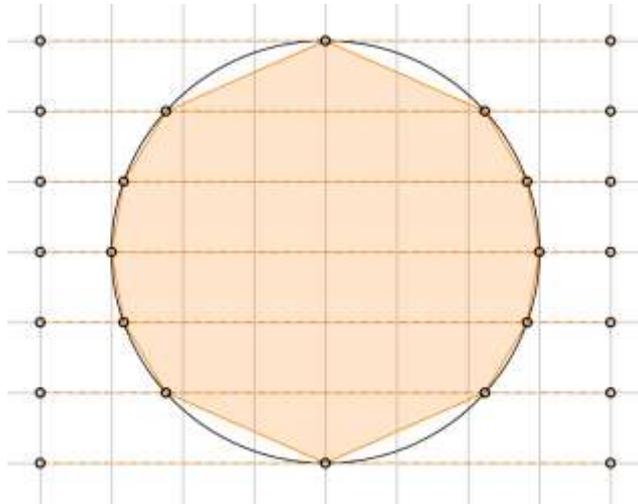
Problema Semanal de entrenamiento – P4 - T3 - 2024

Cuántos rectángulos $ABCD$, con vértices en puntos de la cuadrícula, tienen por diagonal al segmento AC ?



Solución P3 - T3 - 2024

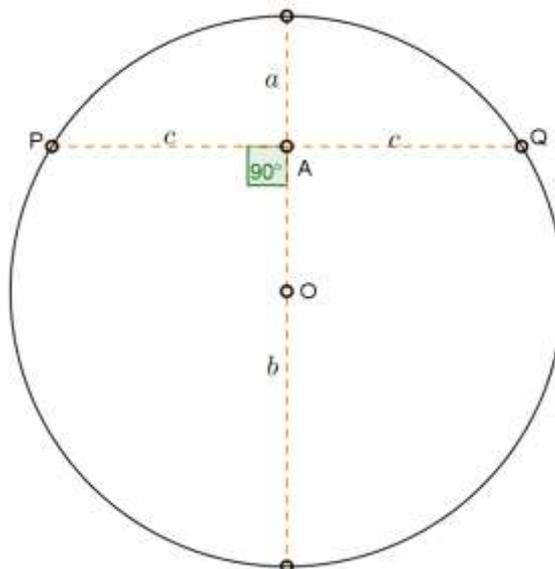
En la cuadrícula con cuadrados de 1cm por 1cm , se trazan segmentos paralelos que cortan a la circunferencia en los vértices de un polígono, tal como ilustra la figura.



Hallar el área del polígono.

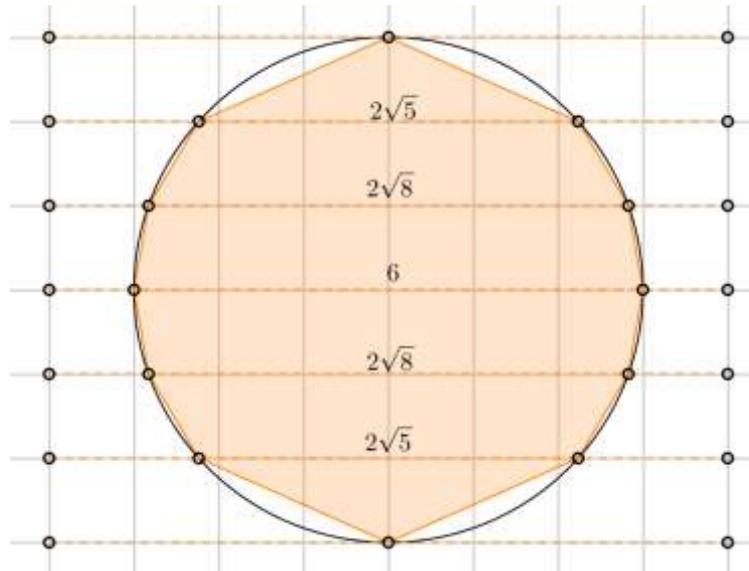
Solución:

Usaremos potencia para el caso en que por un punto A interior a una circunferencia pase un diámetro y una cuerda perpendicular al diámetro. En la siguiente figura, O es el centro de la circunferencia.



Teniendo en cuenta la potencia en el punto A , resulta $c^2 = a \times b$, o bien $c = \sqrt{a \times b}$, de modo que la longitud de cuerda PQ está dada por $2\sqrt{a \times b}$.

Aplicando la observación precedente al problema, podemos evaluar las sucesivas cuerdas.



De esta manera el polígono queda dividido en trapecios y triángulos, todos de altura 1cm . Podemos calcular el área del polígono sumando las áreas las partes:

$$(\sqrt{5} + (\sqrt{5} + \sqrt{8}) + (\sqrt{8} + 3) + (3 + \sqrt{8}) + (\sqrt{8} + \sqrt{5}) + \sqrt{5})\text{cm}^2$$

o sea:

$$(6 + 4\sqrt{5} + 4\sqrt{8})\text{cm}^2$$