SEGUNDO PRETORNEO 2012
JUVENIL

1. Hay un tesoro enterrado en una casilla de un tablero de 8×8. En cada una de las otras casillas hay enterrado un mensaje que indica el mínimo número de pasos que se necesitan para llegar a la casilla del tesoro. (Se necesita un paso para moverse desde una casilla a una casilla vecina, que es una que tiene un lado común con la casilla de partida.). Determinar el mínimo número de casillas que se deben excavar para llegar con certeza al tesoro.

4 PUNTOS

2. Determinar si existe un número entero positivo que tenga un número impar de divisores enteros positivos pares y un número par de divisores enteros positivos impares.
Si la respuesta es sí, dar un ejemplo. Si es no, explicar el porqué.

5 PUNTOS

3. Ana y Bea tienen una pila de hojas cada una, algunas horizontales y otras verticales. Entre las dos tienen 17 hojas. La operación permitida es quitarle a una de ellas dos hojas horizontales o dos hojas verticales, y darle a la otra una hoja horizontal y una hoja vertical. Determinar si es posible que con este procedimiento se intercambien las pilas de Ana y Bea. O sea, que Ana pase a tener tantas hojas verticales y horizontales como tenía Bea, y recíprocamente.

5 PUNTOS

4. Se colocan paréntesis en la expresión $10:9:8:7:6:5:4:3:2:1$ de modo que el resultado sea un número entero.

a) ¿Cuál es el máximo valor posible de este entero? 2 PUNTOS

b) ¿Cuál es el mínimo valor posible de este entero? 3 PUNTOS

SEGUNDO PRETORNEO 2012
MAYOR

1. Ana y Bea tienen una pila de hojas cada una, algunas horizontales y otras verticales. Entre las dos tienen 17 hojas. La operación permitida es quitarle a una de ellas dos hojas horizontales o dos hojas verticales, y darle a la otra una hoja horizontal y una hoja vertical. Determinar si es posible que con este procedimiento se intercambien las pilas de Ana y Bea. O sea, que Ana pase a tener tantas hojas verticales y horizontales como tenía Bea, y recíprocamente.

4 PUNTOS

2. En las casillas de un tablero de $1 \times 2n$ están escritos los números como se muestra en la figura.

1	2	3	…	n	$-n$	…	-2	-1

Una ficha se mueve en el tablero: en cada oportunidad se mueve el número de casillas que indica la casilla en la que se encuentra, hacia la derecha si el número es positivo y hacia la izquierda si es negativo. Se sabe que desde cualquier posición inicial la ficha recorre todas las casillas del tablero. Demostrar que el número entero $2n+1$ es primo.

5 PUNTOS

3. Sea *ABCD* un paralelogramo. Las circunferencias inscritas de los triángulos *ABC* y *ADC* son tangentes a la diagonal *AC* en los puntos *X* e *Y* respectivamente. Las circunferencias inscritas de los triángulos *BCD* y *BAD* son tangentes a la diagonal *BD* en los puntos *Z* y *T* respectivamente. Demostrar que si los puntos *X*, *Y*, *Z*, *T* son distintos entonces el cuadrilátero *XZYT* es un rectángulo.
ACLARACIÓN: La circunferencia inscrita en un triángulo es tangente a los tres lados del triángulo. Su centro es el punto de intersección de las bisectrices del triángulo.

5 PUNTOS

4. Las filas de un tablero de 8×8 están numeradas de A hasta H, y las columnas de 1 a 8. Se coloca una torre blanca en la casilla B2, y una torre negra en la casilla C4. Cada jugador, por turnos, mueve su torre (empieza el de la torre blanca). En cada movida está prohibido mover la torre hacia una casilla amenazada por la otra torre ni a una casilla ya visitada por alguna de las torres. El jugador que no puede mover pierde el juego. Determinar cuál de los dos jugadores tiene estrategia ganadora.
ACLARACIÓN: Una torre se mueve tantas casillas como se quiera en dirección horizontal o en dirección vertical. Se consideran casillas visitadas solo la casilla inicial y final de una movida de una torre.

5 PUNTOS