PRIMER NIVEL

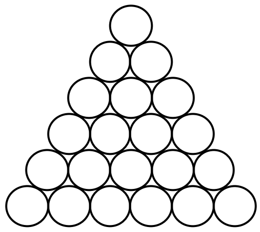
XXIX OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.

1. Hay 21 lámparas dispuestas en forma de triángulo equilátero de lado 6, como se muestra en la figura.
Al comienzo están todas apagadas. La operación permitida es cambiar el estado de tres lámparas que sean vecinas dos a dos, esto es, de las tres lámparas, las que están encendidas se apagan y las que están apagadas se encienden. Dar una secuencia de pasos con la que se logre que las 15 lámparas queden encendidas.
ACLARACIÓN: A, B, C son vecinas dos a dos si A y B son vecinas, B y C son vecinas y C y A son vecinas.



2. El pirata Morgan tiene 14 monedas de plata, 15 de oro y 16 de bronce, y su amigo Bill tiene 16 monedas de plata, 15 de oro y 14 de bronce. Cada día ellos intercambian monedas de acuerdo con la siguiente regla: uno de los piratas le entrega al otro 2 monedas del mismo metal y recibe del otro 2 monedas, una de cada uno de los otros dos metales. Cierto día, Bill se queda sin monedas de oro. Hallar la cantidad de monedas de bronce que puede tener Bill en ese momento. Dar todas las posibilidades.

3. Se tiene un polígono regular $\mathscr{P}$ de n lados. Sean A, B, C, D y E cinco vértices consecutivos de $\mathscr{P}$. Las rectas AB y DE se cortan en K, de modo que $B\widehat{K}D = 150^\circ$. Calcular la cantidad n de lados del polígono $\mathscr{P}$.

SEGUNDO NIVEL

XXIX OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.

1. Se define una sucesión de números de acuerdo con las siguientes reglas:

Los tres primeros números son 0, 1 y 2. A partir de allí, si los últimos tres números son *a*, *b*, *c*, el siguiente número es igual a *c* menos el menor de los dos números *a* y *b*. El comienzo de la sucesión es 0, 1, 2, 2, 1, – 1, – 2, – 1, 1, 3, … . Por ejemplo, el noveno número es $-1-(-2)=1$ y el décimo es $1-(-2)=3$.

Calcular el número ubicado en la posición número 100 de esta sucesión.

2. Hay 12 personas que son, en realidad, 6 pares de mellizos. Con estas personas hay que formar 3 equipos de 4 integrantes cada uno, de modo que ningún equipo contenga a dos hermanos mellizos. Calcular de cuántas maneras se pueden formar los equipos con estas condiciones.

3. Sea *ABCD* un trapecio de bases *BC* y *AD* tal que $AB=BC=CD=5$ y $AD=10$. Denotamos *O* al punto de intersección de las diagonales *AC* y *BD*. La recta perpendicular a *AC* trazada por *O* corta a la prolongación del lado *AB* en *E* y a la base *AD* en *F*. Calcular el área del cuadrilátero *AECF*.

TERCER NIVEL

XXIX OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

ESCRIBIR EN LA HOJA DE SOLUCIONES LOS CÁLCULOS Y RAZONAMIENTOS QUE JUSTIFICAN LAS RESPUESTAS.

1. Los términos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 de una progresión geométrica son números enteros positivos, todos menores que 2012. Se sabe que a_2 es múltiplo de 5, que a_3 es múltiplo de 4 y que a_4 es múltiplo de 3. Además, a_1 NO es múltiplo de 6, y ningún número primo divide simultáneamente a los cinco números a_1, a_2, a_3, a_4, a_5. Determinar la progresión.
ACLARACIÓN: 1) Una progresión geométrica es una secuencia de números tales que cada uno se obtiene del anterior multiplicando por un cierto número fijo *r*, llamado razón de la progresión.
2) En este problema, la razón es un número racional, no necesariamente entero.

2. Un año es *bisiesto* si es divisible por 4 o por 400 en caso de que termine en dos o más ceros (1900 no es bisiesto y 2000, sí). Un año es *apocalíptico* si es bisiesto y su desarrollo en base 3 contiene el mismo conjunto de dígitos que su desarrollo en base 10 (en cualquier orden). Por ejemplo, 2012 es apocalíptico porque 2012 es múltiplo de 4 y $2012_{10} = 2202112_3$. En cambio, 1012 no lo es, pues $1012_{10} = 1101111_3$. Hallar todos los años apocalípticos entre 1 y 2012.

3. En el triángulo *ABC*, $\widehat{A} = 90^{\circ}$ y el lado *AB* es menor que el lado *AC*. Sean *M* el punto medio de *BC*, *K* el pie de la altura trazada desde *A* y *N* el simétrico de *A* respecto de *BC*. La recta perpendicular a *MN* que pasa por *N* corta a la recta *BC* en *L*. Si $BC = 5$ y $MK = 0,7$, calcular $\dfrac{\text{área}\,(ABC)}{\text{área}\,(LMN)}$.