PRIMER PRETORNEO 2012
JUVENIL

1. Asignar a los vértices de un polígono de 33 lados los números enteros de 1 a 33, sin repetir, y luego, asignar a los lados la suma de los números de sus vértices. El objetivo es que los números asignados a los lados sean 33 enteros consecutivos ordenados.

4 PUNTOS

2. A un tablero de 9×9 se le quitan las 16 casillas que están simultáneamente en un fila y una columna par del tablero. Hay que dividir la figura restante en trozos rectangulares entre los que haya la menor cantidad posible de cuadrados unitarios (casillas aisladas).

5 PUNTOS

3. Pablo escribe un número distinto de 0 en cada casilla de un tablero de $n \times n$. Pedro, que no ve el tablero, elige un número de n dígitos, todos distintos de 0. Pedro gana si su número no coincide totalmente con alguna fila o alguna columna del tablero, ya sea leídos de derecha a izquierda o de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba. Pedro puede pedir que le digan los números de algunas casillas a su elección, pagando una multa por cada casilla que pide. ¿Cuál es el mínimo número de casillas que tiene que pedir Pedro para ganar con seguridad? (Dar el número y demostrar que con ese número gana seguro y que con un número más chico puede perder.)

5 PUNTOS

4. Sean P y Q puntos del lado mayor AB de un triángulo ABC tales que $AQ = AC$ y $BP = BC$. Demostrar que las mediatrices del triángulo CPQ se cortan en el mismo punto en el que se cortan las bisectrices del triángulo ABC.

5 PUNTOS

PRIMER PRETORNEO 2012
MAYOR

1. Los enteros a, b, c son tales que $a < b < c$, $b + a$ es un múltiplo de $b - a$ y $c + b$ es un múltiplo de $c - b$. Si a tiene 2011 dígitos y b tiene 2012 dígitos, determinar cuántos dígitos tiene c.

4 PUNTOS

2. Varias personas están alrededor de una mesa redonda comiendo de una canasta que contiene 2011 cerezas. Recorriendo en el sentido de las manecillas del reloj, cada persona comió o bien el doble de cerezas que la persona siguiente o bien seis cerezas menos que la persona siguiente. Demostrar que todavía quedan cerezas en la canasta (no se comieron todas las cerezas de la canasta).

5 PUNTOS

3. Sobre una autopista, un peatón y un ciclista van en la misma dirección, mientras que un camión y un auto van en la dirección opuesta a la anterior. Todos van a velocidades constantes, distintas entre si. El ciclista alcanza al peatón a las 10:00 en punto. Después de cierto tiempo, el ciclista se cruza con el camión, y al cabo de un tiempo igual al anterior, el ciclista se cruza con el auto. Al cabo de un tercer intervalo de tiempo (no necesariamente igual a los anteriores) el auto se cruza con el peatón, y después de otro tiempo, igual al del tercer intervalo, el auto sobrepasa al camión. Si el peatón encuentra al auto a las 11:00 en punto, determinar a qué hora se encontraron el camión y el peatón.

5 PUNTOS

4. Un cuadrilátero convexo $ABCD$ tiene $AB = 10$, $BC = 14$, $CD = 11$, $DA = 5$. Determinar el ángulo entre sus diagonales.

5 PUNTOS