

## PRIMER PRETORNEO 2012 JUVENIL

1. Asignar a los vértices de un polígono de 33 lados los números enteros de 1 a 33, sin repetir, y luego, asignar a los lados la suma de los números de sus vértices. El objetivo es que los números asignados a los lados sean 33 enteros consecutivos ordenados.

4 PUNTOS

2. A un tablero de  $9 \times 9$  se le quitan las 16 casillas que están simultáneamente en una fila y una columna par del tablero. Hay que dividir la figura restante en trozos rectangulares entre los que haya la menor cantidad posible de cuadrados unitarios (casillas aisladas).

5 PUNTOS

3. Pablo escribe un número distinto de 0 en cada casilla de un tablero de  $n \times n$ . Pedro, que no ve el tablero, elige un número de  $n$  dígitos, todos distintos de 0. Pedro gana si su número no coincide totalmente con alguna fila o alguna columna del tablero, ya sea leído de derecha a izquierda o de izquierda a derecha, de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba. Pedro puede pedir que le digan los números de algunas casillas a su elección, pagando una multa por cada casilla que pide. ¿Cuál es el mínimo número de casillas que tiene que pedir Pedro para ganar con seguridad? (Dar el número y demostrar que con ese número gana seguro y que con un número más chico puede perder.)

5 PUNTOS

4. Sean  $P$  y  $Q$  puntos del lado mayor  $AB$  de un triángulo  $ABC$  tales que  $AQ = AC$  y  $BP = BC$ . Demostrar que las mediatrices del triángulo  $CPQ$  se cortan en el mismo punto en el que se cortan las bisectrices del triángulo  $ABC$ .

5 PUNTOS

**PRIMER PRETORNEO 2012  
MAYOR**

1. Los enteros  $a, b, c$  son tales que  $a < b < c$ ,  $b + a$  es un múltiplo de  $b - a$  y  $c + b$  es un múltiplo de  $c - b$ . Si  $a$  tiene 2011 dígitos y  $b$  tiene 2012 dígitos, determinar cuántos dígitos tiene  $c$ .

4 PUNTOS

2. Varias personas están alrededor de una mesa redonda comiendo de una canasta que contiene 2011 cerezas. Recorriendo en el sentido de las manecillas del reloj, cada persona comió o bien el doble de cerezas que la persona siguiente o bien seis cerezas menos que la persona siguiente. Demostrar que todavía quedan cerezas en la canasta (no se comieron todas las cerezas de la canasta).

5 PUNTOS

3. Sobre una autopista, un peatón y un ciclista van en la misma dirección, mientras que un camión y un auto van en la dirección opuesta a la anterior. Todos van a velocidades constantes, distintas entre si. El ciclista alcanza al peatón a las 10:00 en punto. Después de cierto tiempo, el ciclista se cruza con el camión, y al cabo de un tiempo igual al anterior, el ciclista se cruza con el auto. Al cabo de un tercer intervalo de tiempo (no necesariamente igual a los anteriores) el auto se cruza con el peatón, y después de otro tiempo, igual al del tercer intervalo, el auto sobrepasa al camión. Si el peatón encuentra al auto a las 11:00 en punto, determinar a qué hora se encontraron el camión y el peatón.

5 PUNTOS

4. Un cuadrilátero convexo  $ABCD$  tiene  $AB = 10$ ,  $BC = 14$ ,  $CD = 11$ ,  $DA = 5$ . Determinar el ángulo entre sus diagonales.

5 PUNTOS