XII Olimpíada Matemática Rioplatense

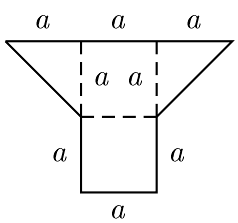
San Isidro – 11 de diciembre de 2003

Nivel 3 – Segundo Día Versión en Español

(4) Dado un ángulo recto $X\hat{A}Y$ de vértice A y una semicircunferencia Γ interior a este ángulo con centro en el lado AX y tangente al lado AY en A, construir una tangente a Γ tal que el triángulo que se recorta del ángulo $X\hat{A}Y$ sea de área mínima.

(5) Sean n y k enteros positivos. Se dan n progresiones aritméticas infinitas de enteros no negativos tales que entre cualesquiera k enteros no negativos consecutivos hay al menos uno que pertenece a alguna de las n progresiones. Sean $d_1, d_2, \ldots, d_n$ las diferencias de las progresiones y $d = \min\{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$. ¿ Cuál es el máximo valor posible de d?

(6) En un triángulo isósceles y rectángulo de área 1 e hipotenusa horizontal, se colocan, sin superposiciones, piezas hexagonales, todas con la misma forma aunque no necesariamente del mismo tamaño. La forma de cada pieza es la que se muestra en la figura.



Cada pieza colocada tiene su lado mayor paralelo a la hipotenusa del triángulo y su lado horizontal de largo a está ubicado entre el lado mayor y la hipotenusa.

Además, si el lado mayor de una pieza está mas lejos de la hipotenusa que el lado mayor de otra pieza, entonces el tamaño de la primera pieza es mayor o igual que el de la segunda.

Hallar el mínimo λ tal que toda configuración de este tipo tiene área total menor que λ.

Duración: $3\frac{1}{2}$ *horas*