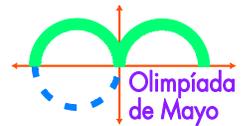


XXV^a OLIMPIADA de MAYO
Primer Nivel
Mayo de 2019



Duración de la prueba: 3 horas.

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 25 de mayo.

PROBLEMA 1

Hallar todos los números de dos dígitos \overline{ab} que elevados al cuadrado dan un resultado donde los dos últimos dígitos son \overline{ab} .

PROBLEMA 2

En un torneo de ajedrez participaron más de cinco competidores. Cada competidor jugó exactamente una vez contra cada uno de los otros competidores. Cinco de los competidores perdieron cada uno exactamente dos juegos. Todos los demás competidores ganaron, cada uno, exactamente tres juegos. No hubo empates en el torneo. Determinar cuántos competidores hubo y mostrar un torneo que verifique todas las condiciones.

PROBLEMA 3

Gus tiene que hacer una lista de 250 números enteros positivos, no necesariamente distintos, tal que cada número sea igual a la cantidad de números de la lista que son distintos de él. Por ejemplo, si 15 es un número de la lista entonces la lista contiene 15 números distintos de 15. Determinar la máxima cantidad de números distintos que puede contener la lista de Gus.

PROBLEMA 4

Hay que dividir un papel cuadrado en tres partes, mediante dos cortes rectos, de modo que al ubicar estas partes de forma adecuada, sin huecos ni superposiciones, se forme un triángulo obtusángulo. Indicar cómo cortar el cuadrado y cómo armar el triángulo con las tres partes.

Nota. Un triángulo es obtusángulo si uno de sus ángulos mide más de 90° .

PROBLEMA 5

Se tiene un tablero de tres filas y 2019 columnas. En la primera fila están escritos los números enteros de 1 a 2019 inclusive, ordenados de menor a mayor. En la segunda fila, Ana escribe esos mismos números pero ordenados a su elección. En cada casilla de la tercera fila se escribe la diferencia entre los dos números ya escritos en su misma columna (el mayor menos el menor). Beto tiene que pintar algunos números de la tercera fila de manera que la suma de los números pintados sea igual a la suma de los números de esa fila que quedaron sin pintar. ¿Puede Ana completar la segunda fila de manera que Beto no logre su objetivo?

XXV^a OLIMPIADA de MAYO
Segundo Nivel
Mayo de 2019



Duración de la prueba: 3 horas.

Cada problema vale 10 puntos.

No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.

Justifica cada una de tus respuestas.

Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 25 de mayo.

PROBLEMA 1

Un entero positivo es *piola* si los 9 restos que se obtienen al dividirlo entre 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 son todos diferentes y distintos de cero. ¿Cuántos enteros piolas hay entre 1 y 100000?

PROBLEMA 2

Se tiene un tablero con 2020 casillas en la fila inferior y 2019 en la superior, ubicadas como se muestra en la figura.



En la fila inferior se colocan los números enteros del 1 al 2020 en algún orden. Luego en cada casilla de la fila superior se anota la multiplicación de los dos números que tiene debajo. ¿Cómo se pueden colocar los números en la fila inferior para que la suma de los números de la fila superior sea la menor posible?

PROBLEMA 3

En los lados AB , BC y CA de un triángulo ABC se ubican los puntos P , Q y R respectivamente, tales que $BQ = 2QC$, $CR = 2RA$ y $PRQ = 90^\circ$. Demostrar que $APR = RPQ$.

PROBLEMA 4

Encontrar el menor número entero positivo N de dos o más dígitos que tiene la siguiente propiedad: Si insertamos cualquier dígito no nulo d entre cualesquiera dos dígitos adyacentes de N obtenemos un número que es múltiplo de d .

PROBLEMA 5

Consideramos los n vértices de un polígono regular de n lados. Se tiene un conjunto de triángulos con vértices en estos n puntos con la propiedad que para cada triángulo del conjunto, al menos uno de sus lados no es lado de ningún otro triángulo del conjunto. ¿Cuál es la mayor cantidad de triángulos que puede tener el conjunto?