

SEGUNDO PRETORNEO 2005 JUVENIL

1. Alan y Lucía, que viven en la misma calle, salen en el mismo instante, cada uno de su casa hacia la del otro, caminando a velocidades constantes (pero no necesariamente iguales) hasta que se encuentran en un punto C . Si Alan hubiese salido 30 minutos antes, se habrían encontrado 2 km más cerca de la casa de Lucía que el punto C . Si, en cambio, Lucía hubiese salido 30 minutos antes, se habrían encontrado a cierta distancia x más cerca de la casa de Alan que el punto C . Calcular el valor de x .

4 PUNTOS

2. Gonzalo tiene que hallar un número natural n que no tenga ninguno de los dígitos 1, 2 y 9, y además, que $3n$ (el número 3 por n) tampoco tenga ninguno de los dígitos 1, 2 y 9. Demostrar que la tarea de Gonzalo es imposible.

5 PUNTOS

3. En un tablero de ajedrez de 8×8 hay 8 damas negras en la primera fila y 8 damas blancas en la última fila. Las damas se mueven de a una por vez, tantas casillas como se quiera, mientras no se interponga otra dama, en una sola dirección que puede ser horizontal, vertical o diagonal. Las blancas y las negras se mueven alternadamente. Determinar el mínimo número de movidas que se requieren para intercambiar las damas negras con las blancas y queden las 8 blancas en la primera fila y las 8 negras en la última fila.

5 PUNTOS

4. En una gran ciudad, todas las calles son de doble mano, pero tienen solo dos direcciones posibles (Sur Norte o Este Oeste). Durante un paseo en auto por la ciudad, no se ha pasado dos veces por un mismo lugar y se regresó al punto de partida. Se realizaron 100 giros hacia la izquierda. Determinar cuántos giros a la derecha se deben haber hecho. (Dar todas las posibilidades.)

5 PUNTOS

SEGUNDO PRETORNEO 2005 MAYOR

1. En un tablero de ajedrez de 8×8 hay 8 damas negras en la primera fila y 8 damas blancas en la última fila. Las damas se mueven de a una por vez, tantas casillas como se quiera, mientras no se interponga otra dama, en una sola dirección que puede ser horizontal, vertical o diagonal. Las blancas y las negras se mueven alternadamente. Determinar el mínimo número de movidas que se requieren para intercambiar las damas negras con las blancas y queden las 8 blancas en la primera fila y las 8 negras en la última fila.

4 PUNTOS

2. Se escriben los enteros positivos, uno a continuación del otro, sin separaciones, en una cinta infinita: 1234567891011121314.... A continuación la cinta se corta en tiras de siete dígitos cada una. Demostrar que cada entero de siete dígitos aparece en al menos una tira.

5 PUNTOS

3. Sean M y N los puntos medios de los lados BC y AD , respectivamente, de un cuadrado $ABCD$. Se considera un punto arbitrario K en la prolongación de la diagonal CA (A queda entre C y K). El segmento KM corta al lado AB en el punto L . Demostrar que $K\hat{N}A = L\hat{N}A$.

5 PUNTOS

4. En el mismo plano coordenado se han graficado cuatro funciones de la forma $y=x^2+ax+b$. Estos gráficos tienen en total exactamente cuatro puntos de intersección, y en cada punto de intersección se cortan exactamente dos de esos gráficos. Consideramos la coordenada x de cada punto de intersección. Demostrar que la suma del mayor y el menor es igual a la suma de los otros dos.

5 PUNTOS