OLIMPÍADA PROVINCIAL 2016
PRIMER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:..

LOCALIDAD:...

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Sean ab y cd dos números enteros positivos de dos dígitos distintos de 0, con $a \neq b$ y $c \neq b$ tales que:

$$ab \cdot cd = ba \cdot dc .$$

Por ejemplo, $24 \cdot 84 = 42 \cdot 48 = 2016$.

Hallar todos los pares de números que satisfacen estas condiciones, con $a < b$ y $c > d$.

Problema 2

Sea $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Ana elige algunos números de *S*; Beto también elige algunos números de *S*. Decimos que Ana y Beto hacen una elección feliz si han elegido exactamente un número en común.

Calcular cuántas elecciones felices pueden hacer Ana y Beto.

ACLARACIÓN: La elección de Ana (y también la de Beto) puede contener uno, dos, tres, cuatro o cinco números.

Problema 3

Sea *ABC* un triángulo tal que la bisectriz de A y la altura trazada desde *B* se cortan en *O*. Si la mediatriz del lado *AB* pasa por *O* y corta al lado *AC* en *D*, con $DBC = 12^{\circ}$, calcular las medidas de los ángulos del triángulo *ABC*.

OLIMPÍADA PROVINCIAL 2016
SEGUNDO NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:...

LOCALIDAD:..

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1

Hallar todos los pares de números enteros positivos (m,n) tales que su suma es igual a 2016 y su multiplicación es divisible por 2016.

Problema 2

Se tienen 10 cajas con monedas. Los movimientos permitidos son:

- Sacar una moneda de cada una de 9 cajas y ponerlas en la caja de la que no se sacó ninguna moneda.
- Sacar 9 monedas de una de las cajas y poner una en cada una de las otras 9 cajas, exactamente una moneda en cada una.

Al comienzo hay 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 11, 12 y 13 monedas en las 10 cajas.
Determinar si es posible, mediante movimientos permitidos, lograr que todas las cajas tengan distinta cantidad de monedas.
Nota. Puede haber una caja sin monedas.

Problema 3

Sea ABC un triángulo isósceles, con $B = C = 80^{\circ}$. Consideramos el punto P del lado AB tal que $BPC = 30^{\circ}$. Demostrar que $AP = BC$.

OLIMPÍADA PROVINCIAL 2016
TERCER NIVEL

APELLIDO:

NOMBRES:

ESCUELA:..

LOCALIDAD:..

EN TODOS LOS PROBLEMAS,

LA RESPUESTA TIENE QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA.

Problema 1
Sea *A* un conjunto de seis números enteros consecutivos (puede haber negativos o cero). Demostrar que el conjunto *A* no se puede partir en dos conjuntos sin elementos en común de modo que la multiplicación de los números de uno de los conjuntos de la partición sea igual a la multiplicación de los números del otro conjunto de la partición.

Problema 2
Hallar un número entero $b > 6$ de modo que el número 5654 en base *b* sea la representación de una potencia de un número primo.

Problema 3
El triángulo *ABC* tiene $ABC = 90^{o}$. Además, *R* es un punto interior al triángulo, *P* es un punto del lado *BC* y *Q* es un punto del lado *AB* tales que $BAP = PAR = RAC = \frac{1}{3} BAC$,

$BCQ = QCR = RCA = \frac{1}{3} BCA$ y $QRC = 142^{o}$.

Calcular las medidas de los ángulos A y C.